

ANNALEN
DER
PHYSIK.

BERGÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. J. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF, G. v. E. WEINMANN, P. DRUCK.

VIERTE FOLGE.

Band 45. Heft 7.

DER GANZEN REIHE 310. BANDES 7. HEFT.

KURATORIUM:

M. PLANCK, G. QUINCKE,
W. C. RÖNTGEN, W. VOIGT, E. WARBURG.

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

HERAUSGEHEN VON

W. WIEN UND M. PLANCK.



LEIPZIG, 1914.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.
DÖRRIENSTRASSE 18.

Bestellungen auf die „Annalen“ werden von allen Buchhandlungen, von den Postbüros und von der Verlagsbuchhandlung angenommen. Preis für den in 34 Heften (= 3 Bänden) ausgegebenen Jahrgang 64. M.

(Ausgegeben am 17. November 1914.)

Inhalt.

	<small>Seite</small>
1. Carl Ramsauer. Über eine direkte magnetische Methode zur Bestimmung der lichtelektrischen Geschwindigkeitsverteilung	961
2. M. Aganin. Über die Elektrizitätsentwicklung bei abreißenden Wassertropfen	1003
3. M. Aganin. Über Wasserfallelektrizität bei feinen Strahlen	1018
4. A. Pospielow. Zur lichtelektrischen Photometrie der Phosphoreszenzerscheinungen	1039
5. Eduard Rüchardt. Über den Wirkungsgrad bei der Phosphoreszenzerregung durch Kanalstrahlen	1063
6. W. Jaeger und H. von Steinwehr. Die Widerstandsänderung des Quecksilbers zwischen 0° und 100°	1089
7. R. Schachenmeier. Über den Polarisationszustand des an einem metallischen Schirm gebeugten Lichtes	1109

Die Redaktion der Annalen wird von den unseitig genannten Herren besorgt. Den geschäftlichen Teil hat Herr Geh. Hofrat Prof. W. Wien übernommen, an den auch Manuskripte zu senden sind. Seine Adresse ist: Würzburg, Pleicherzeng 8.

Es wird gebeten, die Manuskripte druckfertig einzuliefern und in den Korrekturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.

Die Verlagsbuchhandlung liefert 100 Sonderabdrücke jeder Arbeit kostenfrei. Falls ausnahmsweise mehr gewünscht werden, so muß dies bei Rücksendung des ersten Korrektarbogens an die Druckerei auf dessen erster Seite bemerkt werden. Alle anderen, die Sonderabdrücke betreffenden Mitteilungen bittet man an die Verlagsbuchhandlung zu richten.

Anderweitiger Abdruck der für die Annalen bestimmten Abhandlungen oder Übersetzung derselben innerhalb der gesetzlichen Schutzfrist ist nur mit Genehmigung der Redaktion und Verlagsbuchhandlung gestattet.

Die Zeichnungen sind in möglichst sorgfältiger Ausführung den Abhandlungen auf besonderen Blättern beizulegen (nicht in das Manuskript selbst einzuseichen). Da die Figuren fortan möglichst in den Text eingefügt werden sollen, ist die Stelle des Manuskriptes recht genau anzugeben, wo sie hingehören.

Zitate sind am Rande oder unten auf den Seiten des Manuskriptes (nicht in dem Text selbst) und zwar möglichst in der in den „Fortschritten der Physik“ üblichen Form mit Angabe des Namens und Vornamens, der Band-, Seiten- und Jahressahl anzuführen.

ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 45.

1. *Über eine direkte magnetische
Methode zur Bestimmung der lichtelektrischen
Geschwindigkeitsverteilung;
von Carl Ramsauer.*

(Aus dem Radiologischen Institut der Universität Heidelberg.)

Inhaltsübersicht: Einleitung. — Kap. I: Literaturübersicht. — Kap. II: Ausarbeitung der Methode. § 1. Experimentelle Anordnungen. § 2. Beispiele von Kurvenaufnahmen, Berücksichtigung des falschen Lichtes und der Elektronenreflexion. — Kap. III: Fehlerquellen und Kontrollen. § 1. Geometrische Dimensionen. § 2. Kontaktpotentialdifferenzen e/μ -Bestimmungen. § 3. Sonstige Einflüsse. — Zusammenfassung.

Einleitung.

Die bisher benutzten lichtelektrischen Untersuchungsmethoden leiden trotz mancher Verbesserungen im einzelnen an folgenden Grundmängeln, wie in der Literaturübersicht (Kap. I) eingehender dargestellt wird:

1. Die Durcharbeitung im einzelnen ist noch nicht so weit gediehen, daß alle in Betracht kommenden Fehlerquellen beseitigt oder auch nur quantitativ bestimmt wären.
2. Die Aufnahme der Geschwindigkeitsverteilung erfolgt stets indirekt, d. h. die Verteilungskurve muß aus der Gegenspannungskurve durch Differentiation ermittelt werden. Die Mängel unter 1. machen sich daher in erhöhtem Maße bemerkbar.
3. Die Aufnahmen erfolgen entweder im homogenen oder zentralen Felde. Im ersten Falle erhält man nur die Geschwindigkeitsverteilung der senkrechten Komponenten, im zweiten Falle erhält man die Geschwindigkeitsverteilung für Elektronen variabler Emissionsrichtung. Die wichtigste Aufgabe, die Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen für ein- und dieselbe eindeutig bestimmte Emissionsrichtung zu erhalten, bleibt daher ungelöst.

4. Bei allen neueren Arbeiten wird als Lichtquelle die Quarzquecksilberlampe benutzt und dadurch das den Messungen zugängliche Spektralgebiet beim normalen Photoeffekt auf einen zu kleinen Bereich (meist nicht mehr als $60 \mu\mu$) beschränkt. In den wenigen Fällen, wo in neueren Arbeiten die Anwendung von Funkenlicht versucht wurde, ist es nicht gelungen, den Schutz gegen elektromagnetische Wellen nach den Hertzschen Prinzipien genügend durchzuführen, geschweige denn, die Störungsfreiheit zu beweisen.

Ich entschloß mich daher, eine *direkte*, für ein *weites Spektralgebiet* ausreichende Methode für die Bestimmung der lichtelektrischen Geschwindigkeitsverteilung ein- und derselben eindeutig definierten *Emissionsrichtung* einzuführen und in allen geometrischen und physikalischen Einzelheiten durchzuarbeiten. Als *neu* sind dabei nach Obigem folgende Punkte hervorzuheben:

1. Die Benutzung einer *magnetischen* in ihren geometrischen Bedingungen genau durchgearbeiteten Methode.
2. Die *direkte* Aufnahme der Geschwindigkeitsverteilung.
3. Die Präzisierung der Messung auf eine *eindeutig bestimmte Emissionsrichtung*.
4. Der Ersatz der Quecksilberlampe durch Funkenlicht verschiedener Elektroden von einer für *alle Spektralgebiete ausreichenden Intensität*¹⁾ unter gleichzeitigem *Beweis der Störungsfreiheit*.
5. Der *direkte* experimentelle *Nachweis*, daß die Resultate nicht durch *Kontaktpotentiale* gefälscht werden.²⁾

1) Über das seiner Herstellung zugrundeliegende Prinzip vgl. P. Lenard u. C. Ramsauer, Heidelberger Ak. 1910 A. 28 u. 1911 A. 16 (Note 17).

2) Eine kurze Darstellung dieser Methode ist bereits unter gleichem Titel in der Heidelberger Akademie (1914 A. 19) erschienen, in welcher jedoch ein Abschnitt, nämlich die geometrischen Grundlagen der Methode, namentlich den graphischen Darstellungen nach, ausführlicher gehalten ist (im folgenden zitiert als „Ak.“). Außerdem ist gleichzeitig mit dieser Arbeit eine zweite Abhandlung den Annalen eingereicht über die Resultate, welche mittels dieser Methode an verschiedenen Materialien in bezug auf die Abhängigkeit der Verteilungskurve von der Wellenlänge des auslösenden Lichtes erhalten werden (ebenfalls aus Auszug in der Heidelberger Ak. 1914 A. 20). Hinweise auf diese Annalenarbeit sind mit „Ann. II“ bezeichnet.

Auf den Einfluß der *Oberflächenbeschaffenheit* des bestrahlten Materials bin ich nur so weit eingegangen, als ich die Oberfläche in einer einfachen und leicht reproduzierbaren Weise unter Berücksichtigung der bisherigen Erfahrungen über die Entstehung von Doppelschichten behandelte. Kontaktpotentiale zwischen verschiedenen Teilen meines Apparats habe ich dadurch vermieden, daß ich bei jeder Untersuchung alle Teile des Apparats völlig aus ein- und demselben Material herstellte, und habe außerdem ihr Nichtvorhandensein durch ε/μ -Messungen direkt bewiesen (III. § 2). Endlich habe ich den etwaigen Einfluß einer für alle Apparateile gleichen Doppelschicht durch Variation der Emissionsrichtung der Elektronen untersucht (in Ann. II).

Ob die Schabung der Metalle, im Vakuum, die mit Rücksicht auf die angestrebte Einwandfreiheit der magnetischen und elektrischen Verhältnisse bei meinen Versuchen ausgeschlossen war, andere Resultate ergeben haben würde, mag dahingestellt bleiben. Selbst wenn das Nichtbestehen des Photoeffektes für reine, gasfreie Metalle bewiesen werden würde¹⁾, so bleibt das Problem der hier beschriebenen Methode doch eins der wichtigsten Grundprobleme der neueren Physik, insofern als es einen höchst einfachen Zusammenhang zwischen der Schwingungszahl des erregenden Lichtes und der Geschwindigkeit der emittierten Elektronen aufstellt (vgl. Ann. II).

Kapitel I.

Literaturübersicht.

Ich beschränke mich auf eine kurze Charakteristik derjenigen Arbeiten, die sich so unmittelbar mit meinem Thema befassen, daß ein Vergleich ihrer Resultate mit den meinigen

1) K. Fredenhagen, Phys. Zeitschr. 15. p. 65—68. 1914; H. Küstner, Phys. Zeitschr. 15. p. 68—75. 1914; G. Wiedemann u. W. Hallwachs, Ber. d. D. Phys. Ges. 16. p. 107—120. 1914; R. Pohl u. P. Pringsheim, Ber. d. D. Phys. Ges. 16. p. 336—344. 1914. — Die letzte dieser Arbeiten kommt zu dem Resultat, daß eine Beeinflussung durch Gase nicht vorliegt, die vorhergenannten Arbeiten konstatieren eine ausschlaggebende Rolle des Gases. Der Widerspruch, der namentlich zwischen den beiden letzten Arbeiten wegen der Identität ihrer Fragestellung hervortritt, ist noch nicht gelöst.

in historischer und sachlicher Beziehung unerlässlich ist, bringe hier aber auch schon diejenigen Literaturangaben, welche sich auf Ann. II beziehen.¹⁾

1. Hr. Lenard²⁾ bringt den Nachweis, daß die Geschwindigkeit der Elektronen in den weitesten Grenzen von der Stärke der Bestrahlung unabhängig ist (p. 166—168), dagegen von der spektralen Energieverteilung der angewandten Lichtquelle wesentlich beeinflußt wird (p. 168). So erhält er bei der Bestrahlung von Ruß einen wachsenden Prozentsatz größerer Geschwindigkeiten in der Reihenfolge der nachstehenden Lichtquellen: Zinkbogen, Zinkfunken, Kohlebogen. Außerdem verdanken wir Hrn. Lenard die prinzipiell wichtige strenge Unterscheidung zwischen äußerer und innerer Geschwindigkeit, sowie die exakte Berücksichtigung des Kontaktpotentials und der Feldverteilung zwischen bestrahlter und auffangender Platte. In diesen Beziehungen bringen die späteren Arbeiten anderer Autoren direkt einen Rückschritt. Erst die neuesten Untersuchungen (vgl. Nr. 4) knüpfen wieder an die Ergebnisse Hrn. Lenards an, ohne allerdings den historischen Zusammenhang mit genügender Klarheit hervortreten zu lassen.

2. E. Ladenburg³⁾ war der erste, welcher die Frage nach dem Einfluß der Wellenlänge des Lichtes auf die Anfangsgeschwindigkeit der emittierten Elektronen quantitativ behandelte. Seine Arbeiten blieben aber infolge seines frühen Todes ohne Abschluß. Jedenfalls war es verfrüht, trotz des verhältnismäßig kleinen untersuchten Bereiches und trotz der von Ladenburg selbst betonten Fehlerquellen bereits von einem „Ladenburgschen Gesetz“ zu sprechen.

Im einzelnen möchte ich folgendes bemerken:

1) Zur allgemeinen Übersicht weise ich auf die gerade vor kurzem erschienene zusammenfassende Darstellung hin: R. Pohl und P. Pringsheim, *Die lichtelektrischen Erscheinungen*, Braunschweig 1914. Dieselbe gibt einen äußerst klaren, kritischen Überblick über den augenblicklichen Stand des ganzen lichtelektrischen Problems.

2) P. Lenard, *Ann. d. Phys.* 8. p. 149. 1902.

3) E. Ladenburg, *Verh. d. D. Phys. Ges.* 9. p. 504. 1907; *Phys. Zeitschr.* 8. p. 590. 1907.

Bei allen Arbeiten Ladenburgs und seitdem fast allgemein dient bei lichtelektrischen Untersuchungen die Quarz-Quecksilberlampe als Lichtquelle. Dies bedeutet gegen die Schwierigkeiten, welche Hr. Lenard bei seinen Versuchen in bezug auf die Konstanz seiner Bogen- und Funkenquellen zu überwinden hatte, eine wesentliche Erleichterung, bringt aber gleichzeitig den Nachteil, daß man stets mit Energiemangel zu kämpfen hat und unterhalb $200 \mu\mu$ überhaupt keine Messungen ausführen kann.

Die erste Arbeit Ladenburgs beschränkt sich auf die Aufsuchung des Aufladepotentials. Diese Fragestellung setzt schon das Vorhandensein einer bestimmten, in endlicher Menge auftretenden Höchstgeschwindigkeit voraus, was nach den Resultaten der vorliegenden Arbeit tatsächlich nicht zutrifft. Der Versuch selbst ist scheinbar sehr einfach, liegt aber tatsächlich höchst kompliziert. Denn alle diejenigen Fehlerquellen, welche die Geschwindigkeitsverteilungskurve verändern — wie reflektiertes Licht, Gasabsorption, Voltadifferenzen — wirken hier in versteckter Form mit. Die gefundenen Werte können daher nur den Charakter von Relativwerten haben, welche bei verschiedenen Wellenlängen für gleiche Bedingungen aufgenommen sind.

Ladenburg selbst gründet auf die erhaltenen Zahlen die Proportionalität der linearen Höchstgeschwindigkeit mit der Schwingungszahl des Lichtes. Hr. Joffé¹⁾ zeigte aber, daß eine lineare Beziehung zwischen dem Quadrat der Lineargeschwindigkeit (Voltgeschwindigkeit) und der Schwingungszahl den gefundenen Werten ebenfalls genügt, eine Ansicht, der Ladenburg selbst sich später ebenfalls angeschlossen hat. Tatsächlich liegt hier das Gleiche vor, was die Herren Pohl und Pringsheim²⁾ für das etwa den gleichen Wellenlängenumfang besitzende Material der Herren Richardson und Compton (vgl. Nr. 4) nachweisen, daß sich nämlich bei zu kleinem Gebiet eine hinreichend gute Übereinstimmung fast bei einem beliebigen Ansatz erreichen läßt, nach welchem die Geschwindigkeit mit der Schwingungszahl langsam ansteigt.

1) H. Joffé, *Ann. d. Phys.* **24**, p. 939. 1907.

2) Vgl. l. c. p. 60.

Ladenburg geht dann in der zweiten, gemeinsam mit Hrn. Markau¹⁾ ausgeführten Arbeit dazu über, die ganze Geschwindigkeitsverteilungskurve in der von Hrn. Lenard eingeführten Bestimmungsform festzustellen. Die erste Anordnung besteht in einer kleinen mit dem Elektrometer verbundenen Platinplatte mit konzentrisch umgebendem Messingzylinder, der gegen die Platte auf beliebige Spannung aufgeladen werden kann (Schema in Fig. 1 b). Die Anordnung ist gegenüber der ursprünglichen Lenardschen Form in einem wesentlichen Punkte geändert: an Stelle des *homogenen parallelen* Feldes (Fig. 1 a) ist ein *zentrales* Feld getreten.

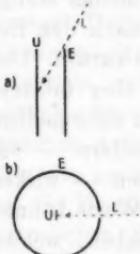


Fig. 1.

Dieser Unterschied ist von fundamentaler Bedeutung, ist aber weder von den Verfassern noch in der Folgezeit genügend beachtet worden. Das streng homogene Feld liefert nur die Geschwindigkeitsverteilung der zu U senkrechten Komponenten²⁾, das streng zentrale Feld liefert die Verteilung für die vollen Geschwindigkeitswerte in jeder Richtung. Hieraus folgt, daß die Resultate der beiden Meßmethoden unvergleichbar sind, und zwar muß die mit parallelem Feld aufgenommene Verteilungskurve stets kleinere Werte liefern. Jedenfalls muß bei jeder Messung dieser Art von vornherein festgestellt werden, welchen Charakter das Feld streng oder doch vorwiegend hat, außerdem sollte man stets wenn möglich einen der beiden Typen rein verwirklichen. Auf einen anderen Unterschied zwischen zentralem und parallelem Feld komme ich in Ann. II zurück.

Mittels dieser zentralen Anordnung werden die Verteilungskurven für drei Wellenbezirke um 260, 232 und 212 $\mu\mu$ aufgenommen. Die gewonnenen Resultate scheinen den Verfassern jedoch durch die kurz vorher von Hrn. O. v. Baeyer³⁾ beobachtete Reflexion langsamer Kathodenstrahlen in unkontrollierbarer Weise gefährdet zu sein.

Zur Vermeidung dieses Fehlers wird ein Hilfsfeld ein-

1) E. Ladenburg u. K. Markau, Verh. d. D. Phys. Ges. **10**. p. 562. 1908; Phys. Zeitschr. **9**. p. 821. 1908.

2) P. Lenard, I. c. p. 164.

3) O. v. Baeyer, Verh. d. D. Phys. Ges. **10**. p. 96. 1908.

geführt. Nach meiner Ansicht hat hier die Furcht vor einem Fehler zu einem anderen, wesentlich bedenklicheren Fehler geführt, da ein solches Hilfsfeld (von 50 Volt!) die Geschwindigkeitsverteilungskurve vollständig fälscht. Die Anordnung selbst ist übrigens — abgesehen von diesem prinzipiellen Fehler — in der (l. c. p. 569) wiedergegebenen Weise unverständlich. Einmal kann bei den angegebenen Verhältnissen die Hülle unmöglich geerdet gewesen sein und zweitens empfängt die mit dem Elektrometer verbundene Auffangelektrode ursprünglich nur normale Geschwindigkeitskomponenten. Sättigung könnte daher nur bei einem starken beschleunigenden Felde erzielt werden und nicht bei einem verzögernden Felde von 0,8 Volt. Bestätigt wird diese Anschaugung durch Versuche Hrn. Hulls (vgl. Nr. 3), welcher bei genauer Wiederholung dieser Versuchsanordnung Sättigung erst bei 40 Volt erhielt. Bei der ganzen Darstellung scheinen Mißverständnisse zugrunde zu liegen, die vielleicht durch den Tod Ladenburgs veranlaßt sind.

Aus allen diesen Gründen halte ich die Resultate dieser Versuchsreihe für höchstens qualitativ verwertbar.

Die Verfasser haben diese Mängel übrigens offenbar selbst erkannt und sind daher noch in derselben Arbeit zu einer dritten Anordnung übergegangen: Bestrahlte Elektrode im Zentrum eines relativ großen Hohlraumes, dessen Wände gegen Elektronenreflexion durch Anbringung eines Drahtnetzes und Berußung — ohne Hilfsfeld — genügend geschützt sind. Hiermit ist eine Anordnung erreicht, welche für die Aufnahme einer Voltgeschwindigkeits-Verteilungskurve für alle Emissionsrichtungen als vorbildlich bezeichnet werden kann, wenn auch die Bedeutung des zentralen Feldcharakters sowie der möglichen Kleinheit der bestrahlten Elektrode noch nicht mit voller Klarheit erkannt ist. Außerdem fehlt prinzipiell noch die Berücksichtigung des Kontaktentials, welches in dem untersuchten Einzelfalle (Ruß gegen Ruß) allerdings nicht in Betracht kommt.

Die Versuche selbst sind wegen zu großer Lichtschwäche nur für weite, sich überdeckende Wellenbereiche um 240 und um 210 $\mu\mu$ herum durchgeführt. Sie lassen erstens auf einen relativ kleinen Geschwindigkeitsbereich und zweitens auf eine Zu-

nahme der Geschwindigkeit mit der Schwingungszahl schließen, ohne natürlich in letzterer Beziehung zur Festlegung eines Gesetzes zu genügen.

Es braucht übrigens kaum hervorgehoben zu werden, daß dieses Schlußergebnis — Ausarbeitung einer einwandfreien Versuchsanordnung und einwandfreie Bestimmung zweier Verteilungskurven — für E. Ladenburg wohl nicht den Abschluß, sondern erst den Beginn der eigentlichen Versuche bedeutet haben würde.

3. Hr. Hull¹⁾ knüpft unmittelbar an Ladenburg an, seine Versuchsanordnung weicht jedoch weit stärker als die Ladenburgsche vom zentralen Felde ab. Das wesentliche Interesse der Versuche, welche in methodischer Beziehung, z. B. in betreff der richtigen Berücksichtigung des reflektierten Lichtes nicht ohne Mängel sind, liegt in der Verwendung von Schumannvioletten. Bei der Auswahl der Wellenlängengebiete muß wegen großer Lichtschwäche des benutzten Wasserstoffrohres die spektrale Zerlegung durch mehr oder minder selektive Absorption ersetzt werden, wobei als Absorptionsmittel Luft, Flußpath und Quarz dienen.

Das Resultat der Versuche ist im wesentlichen der Nachweis, daß bei der Bestrahlung von Ruß die Geschwindigkeiten mit der Schwingungszahl auch unterhalb $171 \mu\mu$ weiter steigen, während mir die quantitative Bedeutung der Versuche, wie sie von dem Herrn Verfasser in der Bestätigung der Ladenburgschen Proportionalität zwischen linearer Höchstgeschwindigkeit und Schwingungszahl gesehen wird, zweifelhaft erscheint.

4. O. W. Richardson und K. T. Compton.²⁾ Dies ist zweifellos die beste neuere Arbeit, welche auf diesem Gebiete vorliegt. Ihre Vorteile sind:

- Anwendung eines streng zentralen Feldes: Der bestrahlte Streifen hat eine Fläche von 1×5 mm und befindet sich in der Mitte einer Kugel von 75 mm Durchmesser.
- Berücksichtigung des Kontaktspotentials.
- Ausdehnung der Messung auf eine relativ große Anzahl von Metallen (Pt, Cu, Bi, Sn, Zn, Al, Mg; Na).

1) A. W. Hull, *Phys. Zeitschr.* 10, p. 537—542. 1909.

2) O. W. Richardson und R. T. Compton, *Phil. Mag.* 24, p. 575—594. 1912. Zur Zeit des Erscheinens dieser Arbeit war die gegenwärtige Untersuchung bereits zu ihren ersten Resultaten gelangt.

Ihre Mängel sind:

a) Nicht genügende Berücksichtigung der Reflexion der Elektronen (und eventuell auch des Lichtes).

An Stelle der inneren Berußung des Hohlraumes bei E. Ladenburg tritt hier Versilberung. Es muß also starke Reflexion¹⁾ auftreten. Die Herren Verfasser glauben den Einfluß der Reflexion deswegen vernachlässigen zu dürfen, weil die Innenelektrode sehr klein ist und weil alle nicht direkt auf diese Elektrode hinzielenden Quanten wie Kometen trotz der Aufladung der Elektrode zur Silberschicht zurückkehren sollen. Zieht man aber den haltenden Stiel der Elektrode mit in Rechnung und berücksichtigt man den ungleichmäßigen Verlauf der austretenden Kraftlinien, welche sich z. T. an einzelnen Punkten stark konzentrieren, sowie die Komplikationen, die das magnetische Erdfeld hervorruft, und bedenkt man endlich, daß die Überlegungen der Herren Verfasser ein *absolutes* Vakuum zur Voraussetzung haben, so erscheint diese Fehlerquelle doch nicht belanglos. Tatsächlich glaubte ja auch E. Ladenburg seine unter ähnlichen Bedingungen aufgenommenen Kurven verwerfen zu müssen (vgl. Nr. 2). Diese Einwürfe erscheinen besonders deswegen beachtenswert, weil in dieser Arbeit die eigentlichen Verteilungskurven erst rechnerisch aus den experimentell gefundenen Kurven ermittelt werden, wobei sich bekanntlich die Fehler der Grundkurve in der Differentialkurve in stark vergrößertem Maßstabe wiederspiegeln.

b) Die Beschränkung der Messungen auf einen allzu kleinen Wellenbereich.

Benutzt wird wegen ihrer Konstanz die Quarzquecksilberlampe, obgleich die Herren Verfasser selbst zugeben, daß diese Lichtquelle für den vorliegenden Zweck, z. B. bei Bestimmung der Höchstgeschwindigkeit reichlich schwach wird. Bedenklicher erscheint mir noch die durch die Wahl dieser Lichtquelle gebotene Beschränkung auf einen kleinen Wellenbereich, da es sich hier doch um Gesetzmäßigkeiten handelt, die für

1) Literatur und Kritisches über Elektronenreflexion vgl. P. Lenard, Ann. d. Phys. 40. p. 424 u. ff. 1914 und die neueren Resultate über das Bestehen von echter Reflexion, Heidelb. Akad. 1914 A. 17, p. 20 u. ff.

das ganze Spektrum gelten sollen. Sieht man von Na ab, welches zu einer anderen photoelektrischen Klasse von Metallen gehört und welches außerdem nur die Feststellung der Höchstgeschwindigkeit gestattete, so bewegt sich der Wellenbereich bei Mg, Pt, Zn, Sn, Bi, Cu nur zwischen 40 und 60 $\mu\mu$; eine Ausnahme macht allein Al, welches aber nach Angabe der Herren Verfasser in mehrfacher Hinsicht nicht einwandfreie Resultate geliefert hat. Was den Wellenbereich betrifft, gehen die Messungen also nicht über E. Ladenburg hinaus.

c) Die gleichzeitige Benutzung aller Emissionsrichtungen der Elektronen.

Als Hauptresultate der Arbeit erscheinen:

a) Die Maximalenergie und ebenso die mittlere Energie der Elektronen ist eine lineare Funktion der Schwingungszahl des Lichtes.

b) Die Breite der Verteilungskurven nimmt mit der Schwingungszahl zu.

c) Zu jedem Metall gehört eine Wellenlänge, bei welcher der photoelektrische Effekt verschwindet; die Verteilungskurve wird an dieser Stelle unendlich schmal.

d) Die Verteilungskurven liegen symmetrisch um einen Mittelwert.

e) Die Verteilungskurven schneiden die Abszissenachsen unter endlichen Winkeln.

Soweit diese Punkte sich auf die Abhängigkeit des Photoeffektes von der Wellenlänge in irgendwelcher Weise beziehen, reicht das Material für ihre Begründung nicht aus. So zeigen die Herren Pohl und Pringsheim (l. c. p. 60), daß sich die experimentellen Resultate des Punktes a auch durch andere mit der Schwingungszahl langsam ansteigende Funktionen, z. B. durch Voltgeschwindigkeit = konst. $\lg \nu$ (wo ν die Schwingungszahl bedeutet) mit gleicher Genauigkeit darstellen lassen.

Andererseits bleiben alle Resultate, welche sich auf die Verteilungskurve beziehen, insofern unbestimmt, als nicht festgestellt werden kann, ob die gemessene Geschwindigkeitsverteilung einer bestimmten Einzelemissionsrichtung zukommt oder durch verschiedene Geschwindigkeiten für verschiedene Emissionsrichtungen bedingt wird.

Punkt e wird durch meine Versuche nicht bestätigt, er scheint durch die Indirektheit der Methode im Zusammenhang mit der Elektronenreflexion vorgetäuscht zu sein.

5. Das Verdienst der Arbeit des Hrn. A. H. Hughes¹⁾ besteht in der Herstellung von Metallschichten durch Destillation im Vakuum. Wie weit allerdings die wirkliche Gasfreiheit solcher Schichten bei der innigen Vermischung des Metalldampfes mit den unvermeidlichen Gas- und Dampfresten geht, muß dahingestellt bleiben.

Die Methode beruht lediglich auf der Aufsuchung des Höchstpotentials mit solcher Schaltungsverbesserung, daß nur der letzte Restbetrag der Aufladung durch Elektronenemission hergestellt zu werden braucht. Der Wellenbereich umfaßt nur die drei Linien: 253,7; 225,7; 184,9 $\mu\mu$ der Quecksilberlampe. Die letztere, sonst nie benutzte Linie ist hierbei so schwach, daß die bei der angewandten Schaltung nur noch notwendige Restaufladung von 0,1 Volt 1 Stunde gebraucht. Der Extremwert bei 184,9 $\mu\mu$, der für die Entscheidung der aufgestellten Gesetzmäßigkeiten am entscheidendsten ist, muß daher als durchaus unsicher betrachtet werden, zumal die Anordnung keinen besonders guten elektrostatischen Schutz besaß, so daß z. B. bei Benutzung von Funken unregelmäßige und viel zu hohe Werte (10—12 Volt) erhalten wurden.

Beweiskraft kommt daher den gefundenen Werten, auch abgesehen von methodischen Bedenken, nicht zu.

6. Der Inhalt der für die neuere Entwicklung des lichtelektrischen Problems sehr wichtigen theoretischen Arbeit des Hrn. A. Einstein²⁾, soweit er für unsere Untersuchung in Frage kommt, läßt sich in der Formel zusammenfassen:

$$V \cdot \varepsilon = h \cdot \nu - \Pi \cdot \varepsilon,$$

wo V die Voltgeschwindigkeit, ε das Elementarquantum, $h \cdot \nu$ das Wirkungsquantum und $\Pi \cdot \varepsilon$ die Oberflächenarbeit des austretenden Elektrons bedeuten.

Es ist selbstverständlich, muß aber doch wohl besonders

1) A. H. Hughes, Philosophical Transactions A. 212, p. 205 bis 226. 1913.

2) A. Einstein, Ann. d. Phys. 17. p. 132—148. 1905.

betont werden, daß dieser von Hrn. Einstein selbst als „heuristisch“ bezeichnete Ansatz keine so weit gehende Gültigkeit hat, daß nur die mit ihm übereinstimmenden Versuche als endgültig angesehen werden dürften; er faßt aber so viele Erscheinungen zusammen, daß es von größtem Interesse ist, ihn exakt mit der Erfahrung zu vergleichen. Soweit die bisherigen Versuche gehen, ist eine strenge Bestätigung oder Widerlegung dieses Ansatzes noch nicht gelungen. Über meine Folgerungen nach dieser Richtung hin vgl. Ann. II.

Kapitel II.

Versuchsbedingungen.

§ 1. Experimentelle Anordnungen.

Meßeinrichtung. Ich werde hier zunächst eine einfache Beschreibung der Anordnung und ihrer Anwendungsweise geben; in den späteren Abschnitten werde ich dann die Bedeutung der erhaltenen Kurven diskutieren und die notwendigen Korrekturen sowie die Fehlermöglichkeiten im einzelnen durchgehen.

Fig. 2 gibt einen Querschnitt durch das Vakuumrohr R und die eigentliche Apparatur. Den Hauptteil der letzteren bildet der Kreis F_1, F_2, F_3, F_4 mit dem Zentrum M , den die von

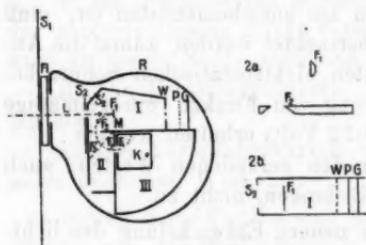


Fig. 2.

F_1 ausgelösten Elektronen unter dem Einfluß eines magnetischen Feldes beschreiben sollen. Die Breiten von F_1, F_2, F_3 in der Zeichenebene sind gleich (bei verschiedenen Reihen 0,5, 0,7, 1,85 mm), F_4 ist um 2–3 Zehntelmillimeter breiter. Die Höhen von F_2, F_3, F_4 (senkrecht zur Zeichenebene) betragen 6 mm; F_1 hat eine Höhe von 8 mm, von denen aber auch nur 6 mm als bestrahlte Fläche in Betracht kommen. Der mittlere Radius des Kreises ist gleich rund 5 mm (bei den einzelnen Versuchsreihen zwischen 4,95 und 5,15 mm wechselnd, jedoch stets mit seinem genauen Werte in Rechnung gesetzt). Die genaue Form von F_1 einerseits, F_2, F_3, F_4

andererseits geht aus Fig. 2a hervor. Die Räume *I* und *II* sind insgesamt 10 mm hoch. Fig. 2b gibt einen Längsschnitt durch *I* (senkrecht zur Zeichenebene), aus dem die Lage von F_1 hervorgeht. Die Lage von F_2 , F_3 , F_4 ist der von S_2 in Fig. 2b analog.

Das Licht tritt in Richtung des Pfeiles *L* durch das Flußspathfenster *Fl* ein. S_1 und S_2 sind zwei Schirmchen aus Metall, welche einen fluoreszierenden Überzug — Willemit auf Wasserglas — tragen; ihre Öffnungen haben gleiche Höhe mit F_2 , F_3 , F_4 , sind aber um 1—2 Zehntelmillimeter breiter. Die Ausblendung des monochromatischen Lichtes (vgl. weiter unten) erfolgt bei stärkeren Linien an S_1 , so daß S_2 nur als Zwischenblende dient, bei schwächeren Linien an S_2 unter Fortlassung von S_1 . Die Breite der monochromatischen Bilder des inneren Funkenfadens (vgl. weiter unten) ist dabei gleich 2 mm. Durch S_2 gelangt das Licht in den Raum *I* und fällt senkrecht auf die zu bestrahlende Fläche F_1 . Die richtige Einstellung geschieht in folgender Weise. Ein Teil des Lichtes geht bei den angegebenen Verhältnissen links und rechts an F_1 vorbei und gelangt so, da die abschließende Hinterwand *W* mehrfach durchbrochen ist, z. T. bis zu dem Fluoreszenzschirm *G*, der aus einem Deckgläschen mit dünner Wellemitschicht besteht. Auf diese Weise kann man von der hinteren Wand des Rohres *R* aus erkennen, ob der Schatten von F_1 seine richtige symmetrische Lage hat. Zwischen *W* und *G* ist noch ein feines Platinnetz *P* eingeschoben für den Fall, daß die durchbrochene Wand *W* noch keinen genügenden Schutz gegen etwaige Aufladungen von *G* bieten sollte (Störungen nach dieser Richtung hin sind übrigens nie bemerkt worden, indem kein Unterschied zwischen Versuchsreihen mit und ohne *G* zu erkennen war).

Zur Auffangung der Elektronen, die den Kreis um *M* beschrieben haben, dient der Käfig *K* im Raume *III*, welcher durch Bernstein isoliert und mit dem Elektrometer verbunden ist. Benutzt wurde ein Dolezaleksches Quadrantelektrometer (z. T. auch ein Binantelektrometer); die Voltempfindlichkeit war normalerweise gleich rund 500 mm/Volt, während die Kapazität des ganzen Systems im Durchschnitt etwa 90 cm betrug.

Zur Ausführung von einzelnen Versuchen mit anderer

Emissionsrichtung wurde eine Drehvorrichtung (Schliff, Drahtseil, Gegenfeder, Anschlag) angebracht, welche eine Drehung von F_1 um seine Achse gestattete. Für eventuelle schräge Bestrahlung ist an der Stelle S_2' ein zweiter Schlitz eingeschnitten, der durch Drehung der ganzen Innenvorrichtung an Stelle von S_2 gebracht werden kann.

Die Wirkungsweise dieser Versuchsanordnung ist jetzt ohne weiteres einzusehen. Die infolge der Bestrahlung von F_1 ausgesandten Elektronen gehen ursprünglich diffus nach allen Seiten. Erzeugt man jetzt aber ein geeignetes magnetisches Feld H , dessen Kraftlinien parallel zur Achse des Kreises F_1 , F_2 , F_3 , F_4 (mit dem mittleren Radius r_m) verlaufen, so gelangen diejenigen Elektronen, welche senkrecht von F_1 emittiert werden und eine lineare Geschwindigkeit

$$v = \frac{e}{\mu} \cdot r_m \cdot H$$

besitzen, in den Auffangekäfig K . Durch Variation von H erhält man so sukzessive die Elektronenmengen, die eine bestimmte Geschwindigkeit haben, d. h. man erhält unmittelbar die gesuchte Verteilungskurve der linearen Elektronengeschwindigkeiten.

Behandlung der Metalle. Zur Vermeidung grober Kontaktpotentialdifferenzen mußte das ganze Innere des Käfigs aus ein- und demselben Material bestehen, welches stets dem gleichen Blechstück entnommen wurde. Nach den in der Einleitung genannten Gesichtspunkten sollte das Metall lediglich eine frische, leicht wieder reproduzierbare Oberfläche haben. Dies wurde bei Zink und Messing durch Schaben mit reinem Stahl erreicht, wobei die geschabten Metallflächen nur noch mit reinen Pinzetten angefaßt wurden; für Teile, bei denen doppelseitiges Schaben notwendig war, diente als Unterlage eine frisch geschabte Fläche des gleichen Materials. Alle Teile waren dabei so konstruiert, daß sie ein möglichst einfaches Schaben erlaubten; die Zusammensetzung der Teile zu dem Gesamtkäfig erfolgt durch kleine Schrauben. Reines Gold ließ sich nicht so behandeln, da es wegen seiner Weichheit „schmiert“. Das Gold wurde daher zuerst in Alkohol und dann in destilliertem Wasser gekocht, darauf in Königs- wasser geätzt, dann wieder in destilliertem Wasser gekocht

und endlich im elektrischen Ofen auf 500° geglüht, um alle Wasserhaut zu entfernen. Kohle wurde in der üblichen Weise als Terpentinruß auf den Teilen des Messingkäfigs niedergeschlagen. Hierbei wurde sorgfältig darauf geachtet, daß alle benutzten Rüßschichten einen äußerlich möglichst gleichartigen Charakter zeigten; zu diesem Zwecke mußten alle Teile einzeln berußt und dann zusammengesetzt werden, da sonst die einspringenden und die vorspringenden Flächenteile sich verschieden verhalten.

Mit dieser einfachen, für meinen Zweck einzig möglichen Behandlung glaube ich übrigens einen besseren Erfolg gehabt zu haben, als ich ursprünglich selbst angenommen hatte. Wie die ϵ/μ Bestimmungen des Kap. III § 2 zeigen, sind jedenfalls keine Kontaktpotentiale zwischen einzelnen Punkten des Käfiginnern aufgetreten, während aus der Gleichheit der Verteilungskurven für senkrechte und für schräge Emissionsrichtung („Ann. II“) hervorgeht, daß eine Oberflächendoppelschicht in gewöhnlichem Sinne nicht bestand. Gestützt werden diese Beobachtungen übrigens durch die früheren Drudeschen Messungen¹⁾, nach welchen die in der obigen Weise geschabten Metallocberflächen die Gesetze der Metallocptik weit besser erfüllen, als polierte Flächen, mithin relativ frei von fremden Oberflächenschichten sind.

Die Erzeugung des Magnetfeldes. Das Rohr R wird von zwei Spulen umgeben, deren Abmessungen in mm in die Fig. 3 eingetragen sind. Die Achse der Spulen liegt parallel der Rohrachse, geht aber durch M . Die Spulen sind mechanisch durch drei Querstützen starr miteinander verbunden. Die Windungszahl pro Spule beträgt 109 in 7 Lagen, der Drahtquerschnitt $1,54 \text{ mm}^2$.

Die Berechnung des Magnetfeldes als Funktion der Stromstärke erfolgte nach Winkelmann IV, 1 p. 278.²⁾ Außerdem wurde das Magnetfeld in der Nachbarschaft

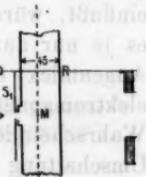


Fig. 3.

1) P. Drude, Ann. d. Phys. 39. p. 481. 1890.

2) Die Formel ist übrigens durch einen Druckfehler entstellt, indem der Faktor vor der eckigen Klammer nicht $2\pi n^2$, sondern $2\pi n/(v_2 - v_1)$ heißen muß.

von M direkt gemessen: ein Wiedemannsches Galvanometer mit Magnetring von 12 mm Durchmesser wurde so aufgestellt, daß die Achse des Ringes mit der Achse des Spulenpaars und der Achse einer Tangentenbussole von rund 40 cm Durchmesser zusammenfiel und die Ringebene in der Symmetrieachse des Spulenpaars und in der Ebene der Tangentenbussole lag. Schickt man jetzt z. B. durch die Spulen einen Strom von 0,0100 Amp., so muß man 3,34 Amp. durch die Bussole schicken, um den mittels Fernrohr und Skala beobachteten Magneten in der Nullage zu halten. Als Gesamtergebnis der mit verschiedenen Strömen ausgeführten Kompressionsversuche unter genauer Einsetzung aller geometrischen Größen ergab sich, daß 1 Amp. Spulenstrom 10,5 Gauss entsprechen, während die Berechnung 10,4 Gauss ergeben hatte.

Als etwaige Fehlerquellen kommen in Betracht: das Erdfeld, das Feld des Induktors und das periodische Feld der Funkenentladung. Das Erdfeld liegt senkrecht zur Richtung der Spulenkraftlinien, kann außerdem schon deshalb keine ernstliche Rolle spielen, weil die eigentlichen Messungen erst bei rund 1 Gauss beginnen. Der Kern des Induktors befindet sich etwa 10 m von der Meßstelle entfernt; seine Unschädlichkeit ergibt sich daraus, daß die Umschaltung des Primärstromes ohne Einfluß auf die Kurven ist. Die Tatsache, daß der Induktor das Erdfeld am Meßort nicht merklich beeinflußt, würde an sich noch nicht ausschlaggebend sein, da es ja nur auf den Momentwert des Feldes ankommt, der im Augenblick der Funkenbildung besteht. Die Abwesenheit elektromagnetischer Wellen folgt ebenfalls schon mit einiger Wahrscheinlichkeit aus dem genannten Resultat, da ja die Umschaltung des Primärstromes auch eine Richtungsänderung des Sekundärstromes und damit die Umkehrung der eventuellen magnetischen Störung im Moment der ersten Funkenbildung bedingt, welch letztere den Hauptteil der Lichtemission liefert. Ein strikter Beweis wird auch in dieser Beziehung durch die ϵ/μ Bestimmung (Kap. III § 2) erbracht.

Die Lichtquelle und die spektrale Zerlegung. Als Lichtquelle werden die Funken eines starken Induktioriums von meist 50 Amp. Primärstromstärke und etwa $11 \cdot 10^{-8}$ Farad

Flaschenkapazität benutzt.¹⁾ Bei der Kleinheit von F_1 und Minimalheit des zur Messung gelangenden Bruchteiles der Gesamtemission (etwa $1/300$) kommen nur die stärksten Funkenlinien in Betracht. Man muß daher eine ganze Reihe von Elektrodenmaterialien nebeneinander benutzen, bei deren Auswahl mir namentlich die Messungen von Hrn. Pflüger²⁾ von großem Nutzen waren. Neben der Stärke kommt noch wesentlich die Konstanz der Lichtemission in Frage. In dieser Beziehung kommt es wesentlich auf die Art der Abnutzung des Metalls an. Am günstigsten ist eine Art Zerstäubung mit gleichmäßiger Oxydation (Ag, Cu, Mg). Die Konstanz verringert sich, wenn die Oxydation sich auf einzelne Stellen konzentriert, z. B. Al. Fe und Ni, deren Benutzung an sich sehr wünschenswert wäre, sind aus diesem Grunde in Luft unbrauchbar. Völlig vermieden werden muß Schmelzung und Übergang in die Bogenform der Entladung, daher kommt z. B. das sonst sehr günstige Cd in Fortfall, während Zn nur mit geringer Kapazität oder auf kurze Zeit benutzt werden kann. Folgende Tabelle gibt eine Übersicht über die meist benutzten Linien mit gleichzeitiger Angabe ihrer ungefähren Stärke J nach Thermomessungen in willkürlichem Maß.

Tabelle I.

Metall	λ $\mu\mu$	J	Konstanz	Bemerkungen
Al	186	1,6	mäßig	
	193	1,7		
	199	1,8		
	237	30		
	263	35		
Zn	202	9,2	gut	geringe Kapazität oder kurze Benutzung (< 2'')
	206	22		
	210	47		
	214	19		
	252	60		
	256	90		
	334	40		
Cu	224	60	sehr gut	nicht zu große Kapazität
Ag	242	20	sehr gut	
Mg	285	170	gut	nicht zu große Kapazität
	309	5		

1) Vgl. P. Lenard und C. Ramsauer, Heidelberger Ak. 1910 A. 28 (genauere Beschreibung dieser Lichtquelle), sowie 1911 A. 16 p. 7 Note 17 (kurze Hervorhebung des benutzten Prinzips).

2) A. Pflüger, Ann. d. Phys. 13. p. 890. 1904.

Hervorzuheben in dieser Tabelle ist die geringe Stärke der äußersten Aluminiumlinien; der Grund für diese erhebliche Schwächung liegt in der Absorption der 70—80 cm betragenden Luftsicht, sowie der starken Reflexion an Quarzkristallflächen.

Die optische Anordnung war folgende (Fig. 4). L ist ein Querschnitt durch den Funken; Fig. 4 a gibt den entsprechenden Längsschnitt. Den äußeren Teil des Funkens bildet eine unruhig flackernde Aureole (A), dann folgt ein Mantel (M_a) und

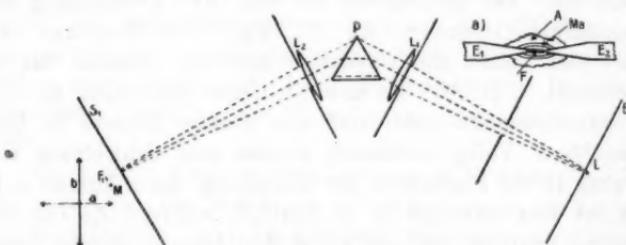


Fig. 4.

endlich als innerster Teil ein Faden (F); dieser letztere ist der Sitz der Emission der benutzten Linien.¹⁾ Die Dimensionen der am Ende schneidenartig zulaufenden Elektroden sind: Durchmesser 10 mm, Breite der Schneide 10 mm, Dicke der Schneide 2 mm, Abstand 5—6 mm. Die Elektroden sind so gestellt, daß ihre Kanten in der benutzten Strahlrichtung liegen. Dies hat zur Folge, daß ein Springen des Funkens nur die Schärfe der Bildeinstellung beeinflußt (übrigens in unmerklichem Grade), nicht aber eine Verschiebung des Bildes bedingt.

B ist eine Blende aus undurchsichtigem Quarz mit einer Öffnungsfläche von 8×3 mm; ihr Abstand von den Elektroden beträgt etwa 5 mm. Sie hält das Licht der Aureole und des Mantels zurück, ist aber so groß gewählt, daß die optische Einstellung auf den Faden selbst erfolgen kann. Wird eine schärfere Linientrennung notwendig, so wird diese Blende durch eine schmälere Glimmerblende (0,5 mm) ergänzt. Die

1) Vgl. P. Lenard und C. Ramsauer, Heidelb. Ak. 1910 A. 28. p. 17.

Linsen L_1 und L_2 , sowie das Prisma P bestehen aus Quarzkristall. L_1 und L_2 haben einen Durchmesser von 9 cm und eine Brennweite von 33 cm ($\lambda = 200 \mu\mu$), P hat 7 cm Kantenlänge und einen brechenden Winkel von 60° . Die Ausblendung der gewünschten Spektrallinie erfolgt am Schirm S_1 bzw. S_2 (vgl. Fig. 2).

Zur Ermöglichung der richtigen Einstellung ist die ganze Apparatur (Rohr mit Magnetspulen, Pumpe mit Mc Leod) auf einem fahrbaren Tische befestigt. Letzterer läuft in schienenartigen Rillen und steht in Verbindung mit einem Schraubsupport, mittels dessen er in der Richtung a fein verschoben werden kann, wobei die notwendige Gesamtverschiebung von $\lambda = 186$ bis $\lambda = 363 \mu\mu$ etwa 10 cm beträgt. Die Platte des Tisches, auf welcher alle Apparateile montiert sind, kann außerdem in der Richtung des Pfeiles b gehoben und gesenkt werden. Endlich läßt sich noch das Gestell, auf dem das Rohr und die Magnetspulen befestigt sind, um eine durch M (Fig. 2) gehende Achse in meßbarem Betrage drehen, wobei die Verbindung mit der Pumpe durch einen conaxialen Schliff aufrecht erhalten bleibt.

Die richtige Einstellung auf F_1 erfolgt in der oben beschriebenen Weise. Hierbei muß die Einstellung um so sorgfältiger geprüft werden, je kurzwelliger die Linien sind und je weniger infolgedessen — aus verschiedenen optischen Gründen — ihre Strahlen hinter der Stelle des reellen Bildes divergieren. Zur Kontrolle konnte L_1 durch eine Zusatzlinse von $f = 90$ cm verstärkt werden, wodurch eine Vergrößerung des reellen Bildes, welches bei einer Breite von F_1 gleich 1,85 mm nur eben über die Ränder von F_1 herausragt, erzielt wird. Es ergab sich, daß erst bei ganz unsymmetrischer Lage des Schattens von F_1 Unterschiede zwischen den Bestrahlungen mit und ohne Zusatzlinse auftraten, daß man also jedenfalls auch für $\lambda = 186 \mu\mu$ und eine Breite von F_1 gleich 1,85 mm gleichmäßige Bestrahlung erzielen kann. Für Spaltbreiten von 0,7 mm, wie sie für die endgültigen Versuche benutzt werden, (vgl. Kap. II § 2, sowie „Ann. II.“), spielen übrigens derartige Bedenken überhaupt keine Rolle.

Der Schutz gegen elektromagnetische Wellen. Bei meinen ersten Versuchen, die z. T. noch mit einer anderen (elektrischen)

Methode ausgeführt wurden, hatte ich erhebliche Störungen durch den Funken im Sinne der Millikanschen¹⁾ Resultate. Es gelang mir aber bald, den Effekt als Störung zu erkennen und zu beseitigen. Nach meiner Erfahrung genügt in dieser Beziehung die Beachtung folgender Punkte:

1. Umschließung der Funkenquelle samt Kapazität, des Induktoriums und der Zuleitungsdrähte des sekundären Stromes, die wegen der Entfernung des Induktors aus magnetischen Gründen (vgl. oben unter Magnetfeld) eine Strecke von etwa 10 m durchsetzen müssen, mittels einer überall geschlossenen, *nicht geerdeten* Hülle.

2. Umschließung der Versuchsanordnung, der Elektrometerverbindungsdrähte und des ganzen Elektrometeraufbaues mit einer *geerdeten* Hülle.

3. Umschließung irgendwelcher Teile, welche bei gewissen Änderungen der Versuchsanordnung, z. B. bei den ϵ/μ -Bestimmungen (Kap. III § 2) durch eine Batterie auf bestimmter Spannung gehalten werden sollen, mit einer besonderen geerdeten Hülle, d. h. nochmalige Anbringung einer Hülle, wenn ein Teil der ursprünglichen auf Erde gehaltenen Hülle jetzt Spannung bekommen soll. Selbstverständlich müssen in diesem Falle die betreffenden Akkumulatoren und Instrumente mit eingeschlossen sein. — Tatsächlich muß man in dieser Beziehung außerordentlich vorsichtig sein, da die Störungen an sich nicht auf das Elektrometer zu wirken brauchen. Ihr momentanes Auftreten in dem gleichen Augenblick, wo das Funkenlicht die Elektronenemission bewirkt, und ihr Nichtvorhandensein während der ganzen übrigen Zeit scheint mir der Hauptgrund ihrer großen Wirksamkeit und die Schwierigkeit ihrer Erkenntnis zu sein. Als gutes Reagenz auf Störungsfreiheit sehe ich die Gleichheit der mit Funkenlicht und Quecksilberlampenlicht erhaltenen Resultate an. Ein direkter Beweis für die Störungsfreiheit ist die auch mit Funkenlicht durchgeführte ϵ/μ -Bestimmung (Kap. III § 2).

Übrigens muß noch bemerkt werden, daß meine magnetische Meßanordnung Funkenstörungen gegenüber sehr un-

1) R. A. Millikan, Ber. d. D. phys. Ges. 14. p. 712. 1912. Vgl. dazu P. Lenard, Ann. d. Phys. 40. p. 425 Note, 1913.

empfindlich ist, da ja F_1 unmittelbare Verbindung mit dem Boden von I hat (vgl. Fig. 2) und da eine etwa zwischen K und der Hülle auftretende Potentialdifferenz nur von sekundärer Wirkung ist. Nur die ϵ/μ -Bestimmungen, wo fremde Spannung an die ganze Metallhülle im Rohre R gelegt werden mußte, sowie die gelegentlichen Bestimmungen des Verhältnisses der senkrecht emittierten Elektronenmenge zur Gesamtmenge (ca. $1/300$), wobei F_1 von dem ganzen Käfig isoliert und zu einem zweiten Elektrometer geleitet werden mußte, verlangten erhebliche Aufmerksamkeit in der Beseitigung dieser Störungen.

Die Herstellung des Vakuums. Zur Messung des Druckes diente ein Mc Leod von etwa 600 cm^3 Volumen und einem Kapillarendurchmesser von 0,6 mm, welches Hunderttausendstel Millimeter zu messen erlaubte. Anfangs wurde zur Prüfung des Vakuums ein Kathodenrohr benutzt, wobei 4—6 cm Parallelfunkentstrecke erzielt wurde. Zur Anpumpung wurde im allgemeinen eine ständig laufende Quecksilber-Gaede-Pumpe benutzt; die Dämpfe wurden hierbei durch ein Gefäß mit P_2O_5 sowie durch einen mittels CO_2 und Alkohol auf -78° gehaltenen Kühlsatz von 25 cm Länge und 2,5 cm Durchmesser entfernt. Der Druck am Mc Leod betrug hierbei stets nur 2 Hunderttausendstel Millimeter. Zur Kontrolle wurde außerdem Kohle mit flüssiger Luft unter Aufhebung der Pumpenverbindung, sowie die Gaedesche Molekularpumpe mit kurzer, ganz weiter Zwischenverbindung verwandt (Kap. III § 2 Nr. 2 und „Ann. II.“). Obgleich in den beiden letzten Fällen auch noch derjenige Gasbetrag entfernt wurde, der bei Benutzung der Quecksilberpumpe dem Gegendruck des Quecksilberdampfes entspricht, wurden keinerlei Unterschiede in der Kurvenform bemerkt. Überhaupt zeigten sich (vgl. Kap. III § 3) ganz entgegen meiner ursprünglichen Erwartung die erhaltenen Formen der Geschwindigkeits-Verteilungskurve überraschend unempfindlich gegen eine merkliche Verschlechterung des Vakuums.

§ 2. Beispiele von Kurvenaufnahmen; Berücksichtigung des falschen Lichtes und der Elektronenreflexion.

Es mögen hier zuerst einige Versuchsreihen mit den zugehörigen Kurven wiedergegeben werden. Die Schwankungen des Funkenlichts wurden dadurch berücksichtigt, daß die Messung

bei maximaler Ordinatenhöhe in mehr oder minder großen Abständen wiederholt wird, je nachdem, wie groß die Schwankungen sind und von wie großem Einfluß ein prozentualer Fehler der betreffenden Einzelmessung sein würde. Alle Werte werden dann als Bruchteile der benachbarten Kontrollwerte berechnet; schwankt letztere um mehr als 10 Proz., so werden die dazwischen liegenden Messungen verworfen.

Die negativen Zahlen der Stromstärken bedeuten Umkehr der Feldrichtung. Infolge dieser Umkehrung gelangen keine Elektronen von F_1 nach K (vgl. Fig. 2). Die erhaltenen Ausschläge röhren daher von solchen Elektronen her, welche durch falsches Licht an den Kanten der Schlitze F_3 und F_5 oder an sonstigen Stellen des Raumes II ausgelöst werden; die negativen Ausschläge, welche durch Emission von Elektronen von K selbst aus hervorgerufen werden, sind hierbei zu vernachlässigen, da das falsche Licht durch F_3 im wesentlichen nur die Hinterwand von K trifft, so daß die ausgesandten Elektronen innerhalb K bleiben, und da die Geringfügigkeit dieses Betrages außerdem durch die Kleinheit der negativen Ordinaten bei den Voltkurven der Tab. VIII, die bis zu 2 Volt Gegenspannung verfolgt werden, bewiesen wird. Eine analoge Wirkung des falschen Lichtes findet naturgemäß auch bei „positiver“ Feldrichtung statt. Daraus folgt, daß die bei positiver Feldrichtung gefundenen Werte um einen bestimmten Betrag erniedrigt werden müssen. Letzterer ist zweifellos von der gleichen Größenordnung wie die bei negativer Feldrichtung gefundenen Werte. Die Parallelität scheint aber noch weiter zu gehen, da größere Unregelmäßigkeiten in dem Verlauf der Hauptkurve in der mit umgekehrter Feldrichtung aufgenommenen Kurve stets in gleichem Betrage wiederkehren. Dies ist nur möglich, wenn das falsche Licht ganz diffus verteilt ist. Man erhält mithin die wahre Verteilungskurve, wenn man die mit umgekehrter Feldrichtung gefundenen Werte von den mit positiver Feldrichtung gefundenen abzieht. Auch bei denjenigen später dargestellten Kurven (Ann. II.), bei welchen der Übersichtlichkeit wegen nur die korrigierte Form wiedergegeben wird, läßt sich die Berechtigung dieser Korrektur aus dem glatten Kurvenverlauf erkennen. Es sei übrigens noch hervorgehoben, daß diese Korrektionswerte bei Zn am größten sind;

bei Gold und Messing betragen sie nur etwa $\frac{2}{3}$ bis $\frac{1}{2}$ der Zinkwerte, bei Kohle sind sie kaum merklich.

Ein zweiter Fehler wird durch diese Korrektur nicht berücksichtigt, das ist die Reflexion der Elektronen¹⁾ an den Rändern der Schlitze von F_2 und F_3 , sowie an den Wänden des Raumes II. Ihre Wirkung ist offenbar nur bei positiven Felde beträchtlich, da dann eine wesentliche Menge von Elektronen auf Kreisbahnen, welche nicht den vorgeschriebenen mittleren Radius besitzen, durch F_2 hindurchgelangen. Dieser Fehler wird in der weiter unten beschriebenen Weise beseitigt.

Ein dritter Fehler beruht auf der endlichen Ausdehnung der Flächen F_1 , F_2 , F_3 . Sein Einfluß wird ausführlich in dem folgenden Kap. § 1 erörtert. Hier mag nur so viel gesagt sein, daß seine Einwirkung selbst bei Flächenbreiten von 1,85 mm für einen mittleren Radius von 5 mm auffallend klein ist. Außerdem wird dieser Fehler durch den Übergang zu

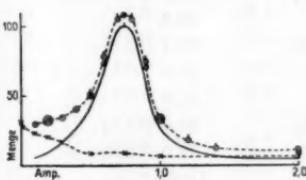


Fig. 5.

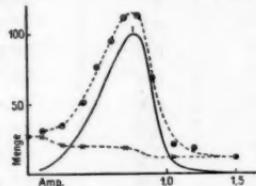


Fig. 6.

immer kleineren Schlitzbreiten (bis 0,5 mm) wesentlich ver- ringert.

Über die nachstehenden Tabellen ist noch folgendes vorauszuschicken.

Zu Tab. II, III, IV: Kolumne I enthält die Ampere des Felde, Kolumne II die Ausschläge in Prozenten des als Vergleichswert benutzten Maximalwertes; in Kolumne III sind alle Werte so umgerechnet, daß nach Subtraktion der mit negativem Feld gewonnenen Werte (falsches Licht) die Maxima wieder auf 100 kommen.

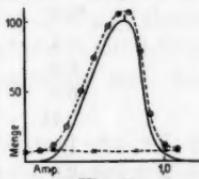


Fig. 7.

Tab. V enthält die Originalwerte zu Tab. IV.

In der graphischen Darstellung Fig. 5—7 sind die mit

1) Vgl. über Elektronenreflexion die Fußnote zu Kap. I Nr. 4.

positivem Feld gefundenen Werte als \odot , die mit negativem Feld gefundenen Werte als \times eingetragen; beide Punktreihen sind durch fortlaufende gestrichelte Kurven in sich verbunden. Die korrigierten Werte, d. h. die Differenzwerte der beiden Kurven sind durch eine ausgezogene Kurve dargestellt. Alle späteren Darstellungen geben die Kurven in letzterer Weise wieder, d. h. nach Abzug der Wirkung des falschen Lichtes und nach Umrechnung des schließlichen Maximalwertes auf 100.

Tabelle II.

Zink $\lambda = \mu\mu$. Schlitzbreite 1,85 mm. Bestrahlungszeit 10''. Absolutwert des Maximums 60 mm. $\frac{2}{3}$ der Energie durch ein Schleierfilter absorbiert.

Ampère	Vergleichswert 100 ¹⁾	korrigiertes Maxi- mum 100
0	25,6 (28,9)	28,0 (31,6)
0,1	27,6	30,2
0,2	30,6 (29,6)	33,4 (32,3)
0,3	31,7	34,6
0,4	37,8	41,3
0,5	45,7 (47,1)	49,9 (51,5)
0,6	67,7 (72,2)	74,0 (78,9)
0,7	(97,1)	(106)
0,75	100	109
0,8	(96,6)	(105,5)
0,9	65,7 (68,6)	71,8 (75,0)
1,0	31,2 (31,2)	34,1 (34,1)
1,2	(16,9)	(18,5)
1,4	(12,8)	(13,4)
2,0	10,7 (9,8)	11,7 (10,2)
-0,1	21,9	23,9
0,2	20,9	22,8
0,3	16,1	17,6
0,5	8,1	8,9
0,75	8,5	9,3
1,0	6,5	7,1
2,0	5,9	6,4

¹⁾ Die eingeklammerten Zahlen entsprechen einer zeitlich um eine ganze Kurvenreihe abstehenden Kontrollaufnahme; in der Kurve sind diese Punkte als \odot dargestellt; genau zusammenfallende Werte sind, wie auch sonst im gleichen Fall, durch \odot markiert.

Tabelle III.

Zink $\lambda = 202 \mu\mu$. Schlitzbreite 0,50 mm.
Bestrahlungszeit 20''. Absolutwert des Maximums 14 mm.

Ampere	Vergleichswert = 100	Korrigiertes Maximum = 100
0	23,8	26,7
0,1	27,3	30,7
0,25	30,8	34,6
0,4	45,5	51,1
0,5	67,9	76,2
0,6	84,6	94,8
0,7	100	112
0,8	102	114
0,9	61,6	69,1
1,05	19,0	21,3
1,20	16,5	18,5
1,50	10,7	12,0
- 0,1	23,8	26,7
0,25	18,2	20,4
0,40	17,5	19,6
0,70	16,5	18,5
1,05	10,7	12,0
1,50	10,7	12,0

Tabelle IV.

Zink $\lambda = 202 \mu\mu$. Schlitzbreite 0,20 mm.
Zwischenblende 0,85 mm. Bestrahlungszeit 15''. Absolutwert des Maximums 38 mm.

Ampere	Vergleichswert = 100	Korrigiertes Maximum = 100
0	6,0	6,4
0,1	6,7	7,2
0,2	10,9	11,7
0,3	23,0	24,6
0,4	47,6	50,9
0,5	70,2	75,1
0,6	90,3	96,6
0,675	98,8	105,7
0,75	100	107
0,825	73,5	78,6
0,9	31,6	33,8
1,0	11,0	11,8
1,1	8,3	8,9
- 0,1	6,9	7,4
0,2	7,8	8,3
0,5	7,2	7,7
0,8	6,6	7,1
1,0	6,5	7,0
1,1	6,5	7,0

Wir wollen jetzt die drei Kurven miteinander vergleichen, wobei wir von dem Wellenlängenunterschied der ersten Kurve (214 $\mu\mu$) gegen die zweite und dritte Kurve (202 $\mu\mu$) absehen. (Aus zufälligen Gründen lag aus der Versuchsreihe mit 1,85 mm Schlitzbreite, welche schon sehr früh ausgeführt war, keine Kurve für 202 $\mu\mu$ vor.)

Kurve 5 besitzt nach Abzug der Wirkung des falschen Lichtes einen durchaus stetigen Verlauf, scheint aber trotzdem in bezug auf die Form des absteigenden Astes nicht einwandfrei. Einmal zeigt die Kurve in dem letzten Teil dieses Astes nicht den schließlichen Abfall, den eine Wahrscheinlichkeitskurve irgendwelcher Art (vgl. Ann. II) erwarten ließe,

Tabelle V.

Originalablesungen zu Tabelle IV. Bestrahlungszeit 15".

Ampere	Ausschlag in mm	Vergleichs- wert in mm	Ampere	Ausschlag in mm	Vergleichs- wert in mm
+ 0,75	32,0		+ 0,75	32,4	
+ 0,825	24,4	33,2	+ 0,10	2,2	
+ 0,75	34,5		+ 0,20	3,6	33,0
+ 0,90	10,6		+ 0,30	7,6	
+ 1,00	3,7	33,6	+ 0,75	33,6	
+ 0,75	32,8		+ 0,40	16,0	
- 1,00	2,2		+ 0,50	23,6	33,6
- 1,10	2,2	33,7	+ 0,75	33,6	
+ 1,10	2,8		+ 0,60	29,8	33,5
+ 0,75	34,6		+ 0,75	33,4	
- 0,80	2,2		+ 0,675	32,0	32,9
- 0,50	2,4		0,75	32,4	
- 0,20	2,6	33,5			
- 0,10	2,3				
0	2,0				

und zweitens tritt dieser allzulangsame Abstieg weder bei Kohle noch bei den Zinkkurven für kleinere Wellenlängen auf, während er bei Zink für $186 \mu\mu$ noch stärker ausgeprägt ist. Die Hauptfrage ist dabei sachlich die, ob diese großen mit relativ geringer Häufigkeit auftretenden Geschwindigkeiten für Wellenlängen von etwa $220 \mu\mu$ abwärts, welche auch bei Gold und Messing beobachtet wurden, reell sind oder nicht.

Es liegt nun nahe, diesen Kurvenverlauf auf die oben besprochene Elektronenreflexion zurückzuführen, da diese bei Benutzung von Ruß ja nicht auftritt und bei blanken Metallen einen um so größeren Einfluß haben muß, je schneller die Elektronen sind, d. h. je weniger sie unter sonst gleichen Umständen durch das Feld in der Nähe ihres Ausgangsortes gehalten werden.

Weitere Aufklärung in dieser Beziehung bietet die neue, bei Kurve 6 benutzte Anordnung. Der Übergang zu dieser Anordnung — Verschmälerung der Schlitze durch vorgesetzte Blenden — erfolgte ursprünglich zur Ermittelung des Einflusses der Schlitzbreite (vgl. Kap. III, § 1), zeigt aber auch in dieser

Frage einen Fortschritt. Die Fig. 8 gibt einen Querschnitt durch den Schlitz. Die schräg auf den eigentlichen Schlitz zuzielenden Elektronen werden also durch die Ränder des ursprünglichen Schlitzes zurückgehalten. Der Erfolg zeigt sich tatsächlich in einem schnelleren Abstieg der Kurve.

Daneben hat diese Anordnung jedoch wesentliche Nachteile. Die gesamte Elektronenmenge sinkt nämlich entsprechend den geometrischen Ausführungen des folgenden Paragraphen mit der dritten Potenz der Breite von F_1 , F_2 , F_3 , also auf etwa den 50. Teil. Die abgelesenen Werte werden daher selbst bei Erhöhung der Belichtungszeit (bis 30 Sek.) und bei Benutzung der stärksten Linien reichlich klein; in unserem Falle betrug z. B. der Maximalwert im Mittel 14 mm. Andererseits sinkt die Menge des falschen Lichtes in geringerem Verhältnis, schon deswegen, weil dieses ja auch durch sonstige Undichtigkeiten nach Raum II gelangt, und macht sich daher störender geltend als bei breiten Schlitzen.

Aus diesem Grunde ging ich schließlich zu der Anordnung über, bei welcher Kurve 7 gewonnen ist. Die Flächen F_1 , F_2 , F_3 werden auf nur 0,7 mm verschmälert, so daß die Verminderung des Ausschlages unbedenklich bleibt, während gegen Elektronenreflexion und Wirkung des falschen Lichtes eine besondere Vorkehrung getroffen ist. Letztere besteht in der Einfügung einer Zwischenblende F_2' (vgl. Fig. 2), deren Öffnung um etwa 0,15 mm breiter ist als die von F_2 und F_3 , also nicht mitbestimmend ist für die Kreisbahn (bei gleicher Größe müßte man nämlich eine unverhältnismäßig größere Sorgfalt auf die richtige Orientierung aller Blenden legen, da dann der Kreis durch vier Punkte bestimmt wäre). Diese Blende hält die durch F_2 eintretenden, vom Hauptkreise abweichenden Elektronen zurück und wirkt gleichzeitig vermindert auf die zwischen F_2 und F_2' erzeugten Elektronen sowie auf das in den Raum zwischen F_2' und F_3 gelangende falsche Licht.

Das Resultat war das Gewünschte. Das falsche Licht ist stark zurückgegangen. Seine geringe Beeinflussung durch das negative Feld zeigt dabei, daß hauptsächlich eine gleichmäßige Beleuchtung der Vorderfläche von F_3 vorliegt. Der Kurven-

Fig. 8

abstieg ist wesentlich steiler geworden und der nach steigenden Feldstärken liegende Schwanz ist verschwunden.¹⁾

Die mittels der letzten Anordnung gewonnenen Formen stellen die wahre Geschwindigkeitsverteilung — abgesehen von den geometrischen Korrekturen des Kap. III, § 1 — richtig dar. Dies folgt aus der sukzessiven Verminderung des durch Elektronenreflexion bewirkten Fehlers in der soeben beschriebenen Weise, aus der Gleichheit mit den Kohlekurven (die Zink- und die Kohlekurven von gleicher Lage des Maximums sind jetzt in dieser Beziehung identisch) und aus der jetzt erzielten völligen Analogie zwischen den Kurven mit großer und kleiner Wellenlänge (vgl. die ganze Reihe der Zinkkurven Ann. II).

Kapitel III. Fehlerquellen und Kontrolle.

§ 1. Geometrische Dimensionen.²⁾

Die am Schluß des vorigen Paragraphen gewonnene Kurve ist noch nicht die wirkliche Verteilungskurve der Geschwindigkeiten, sie muß noch weiter korrigiert werden auf die Breite und Länge von F_1, F_2, F_3 gleich Null. Diese Aufgabe ist im Prinzip die gleiche, wie etwa die Korrektur einer spektralen Photometermessung auf die Breite Null des Spaltes. Sie ist rein geometrischer Natur, aber nicht ganz einfach zu lösen. Bei ihrer Behandlung setzen wir voraus, daß die überhaupt in Betracht kommenden Emissionsrichtungen der Elektronen, welche ja nahe senkrecht zu F_1 stehen, in Menge und Geschwindigkeitsverteilung gleichwertig sind. (Über den experimentellen Beweis hierfür bis zu 45° Emissionswinkel vgl. Ann. II.)

1) Eine Kontrolle der Realität dieses ursprünglich vorhandenen Schwanzes durch Aufnahme von Spannungskurven (wie in Kap. III, § 2) oder Höchstaufladungen, wie sie im ersten Moment als das Gegebene erscheinen würde, ist sehr schwer. Eine einwandfreie Berücksichtigung des falschen Lichtes, der Elektronenreflexion, der Absorption usw. bei diesen minimalen Endwerten ist tatsächlich kaum durchzuführen und jedenfalls unsicherer als die besprochene Methode.

2) Für die rein mathematischen und graphischen Teile dieses Paragraphen wird zweckmäßig die Darstellung in „Ak“ als Ergänzung herangezogen.

Wir behandeln zuerst die Frage nach der Häufigkeit der verschiedenen Kreisradien für *eine Schnittebene*. Die Punkte *a b, c d, e f* (Fig. 9) stellen die Grenzen der Flächen F_1, F_2, F_3 dar; dabei ist $bM = dM = fM = 4$ mm und $ab = cd = ef = 2$ mm angenommen. Es läßt sich nun folgender Satz beweisen: die Häufigkeit eines bestimmten Radius r ist proportional der Fläche $ABCD$, welche außerhalb der um *a, c, e* und innerhalb der um *b, d, f* mit r geschlagenen Kreise liegt und umgekehrt proportional r selbst; als Zeichnungsbeispiel ist dabei $r = 4,5$ mm (Fläche $ABCD$) und $v = 6,0$ mm (Fläche MBC' , wobei *A* und *D* mit *M* zusammengefallen sind) gewählt worden. Der Beweis, von dessen ausführlicher Wiedergabe wir hier absehen, beruht darauf, daß die Fläche $ABCD$ der geometrische Ort aller Mittelpunkte der Kreise vom Radius r ist, welche durch die drei Breiten *a b, c d, e f* irgendwie hindurchgehen.

Bilden wir jetzt für jeden möglichen Radius graphisch die erwähnte Fläche, dividieren sie durch den benutzten Radius und setzen den hierbei erhaltenen Maximalwert gleich 100, so gewinnen wir folgende Tabelle:

Tabelle VI.

Radius der Kreise in mm	Relative Häufigkeit der Kreise
4,1	0
4,4	29,5
4,7	65,3
5,0	100
5,1	97,4
5,3	74,5
5,6	43,5
5,8	21,8
6,0	5,7
6,3	0

Der kleinstmögliche Kreis muß offenbar größer als 4 mm sein, der häufigste Kreis ist der mittlere von 5 mm, während der größtmögliche Kreis kleiner als 6,3 mm ist.

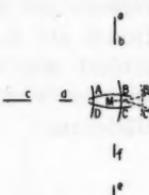


Fig. 9 (5 : 1).

Der durch diese Tabelle repräsentierten Verteilungskurve können wir jetzt eine andere Bedeutung geben. Wir nehmen die ursprüngliche Geschwindigkeit als einheitlich an und berechnen die magnetischen Felder H , durch welche die Elektronen auf den verschiedenen möglichen Kreisen nach F_3 befördert werden. Zwischen H und r besteht dabei, wenn wir mit v die einheitliche Geschwindigkeit bezeichnen, die Gleichung:

$$H = \left(\frac{\mu}{\epsilon} v \right) \frac{1}{r}.$$

Wir wählen jetzt zahlenmäßig v so, daß $H = 10$ Gauss wird für $r = 5$ mm und erhalten mit Hilfe einer graphischen Darstellung der Tab. VI:

Tabelle VII.

H in Gauss	Menge d-r durch H nach F_3 befördert. Elektronen	H in Gauss	Menge d-r durch H nach F_3 befördert. Elektronen
7,9	0	10,0	100
8,2	2,5	10,2	98
8,5	9,5	10,6	64
8,8	28	11,1	37
9,1	50	11,6	17
9,4	74,5	12,2	0
9,8	97,5		

Das ist also die Verteilung, welche man in unserem Apparat bei einer *einheitlichen* Geschwindigkeit erhalten würde, falls man die Längsausdehnung von $F_1 F_2 F_3$ (senkrecht zur Zeichenebene der Fig. 2) noch nicht berücksichtigt.

Der Einfluß dieser Längsausdehnung äußert sich darin, daß die Elektronen F_3 nicht nur auf Kreisen erreichen können, welche senkrecht zu H stehen, sondern auch auf Teilen von Schraubenlinien.

Ist l die Länge des mittleren Halbkreises $F_1 F_2 F_3$, h die Höhe von $F_1 F_2 F_3$ und α die Steigung einer bestimmten Schraubenlinie, so lassen sich betreffs der in der Richtung α emittierten Elektronen leicht die folgenden Sätze ableiten:

a) Von den in der Richtung α ausgesandten Elektronen gelangt nach F_3 nur ein Bruchteil von der Größe $(h - l \cdot \operatorname{tg} \alpha)/h$.

b) Zu der Hinbeförderung dieser Elektronen ist nur das Feld $\left(\frac{\mu}{\varepsilon} v\right) \cdot \frac{1}{r} \cos \alpha$ erforderlich.

Setzt man jetzt

$$\operatorname{tg} \alpha = \left(\frac{h}{l}\right) \frac{1}{10}, \quad \left(\frac{h}{l}\right) \frac{3}{10} \dots \quad \left(\frac{h}{l}\right) \frac{9}{10}$$

und nimmt man diesen Wert jeweils für das Gebiet

$$\operatorname{tg} \alpha = \left(\frac{h}{l}\right) \frac{0}{10} \text{ bis } \left(\frac{h}{l}\right) \frac{2}{10},$$

$$\dots \left(\frac{h}{l}\right) \frac{8}{10} \text{ bis } \left(\frac{h}{l}\right) \frac{10}{10}$$

als konstant an, so erhält man für diese fünf Teilgebiete die Kurven I bis V der Fig. 10 und durch Summation dieser Kurven, unter Reduktion des Maximalwertes auf 100, die Gesamtkurve G . (Man beachte, daß die Abszissen mit 7,5 Gauss beginnen!).

Diese letztere Kurve stellt also die scheinbare Geschwindigkeitsverteilung dar, welche man bei völlig einheitlicher Geschwindigkeit entsprechend $v = \varepsilon/\mu \cdot 10$ Gauss $\cdot 0,5$ cm erhalten würde. Dabei würde experimentell 1 Gauss durch rund 0,1 Ampere erzeugt werden.

Man erhält so folgende Resultate:

a) Das Maximum liegt bei einem etwa um 1 Proz. kleinerem H als der wahren Geschwindigkeit entspricht;

b) die ganzen Kurven sind zu kleineren H verschoben;

c) bei anderen einheitlichen Geschwindigkeiten sind alle Breitenausdehnungen und Abszissenverschiebungen dem zugehörigen H proportional.

Hiernach wird die Auffindung des richtigen Maximums bei den experimentellen Kurven offenbar nicht erheblich erschwert, dagegen fragt es sich, wie weit die gesamte Kurvenform gefälscht wird.

Zur Lösung dieser Frage nehmen wir eine bestimmte Kurve mit einem bereits bei ziemlich hohem H liegenden Maximal-

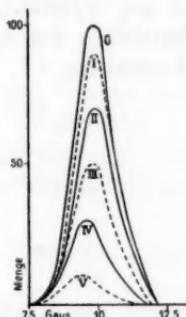


Fig. 10.

wert als gegeben an¹⁾ (vgl. die ausgezogene Kurve Fig. 11). Angenommen, daß diese Kurve die wahre Geschwindigkeitsverteilung darstellt, wie würde sie bei einer Flächengröße von 2×6 mm für $F_1 F_2 F_3$ und einem mittleren Radius von 5 mm bei der experimentellen Bestimmung geändert erscheinen? Der Einfachheit wegen wollen wir hierbei 0,1 Ampere mit 1 Gauss identifizieren.

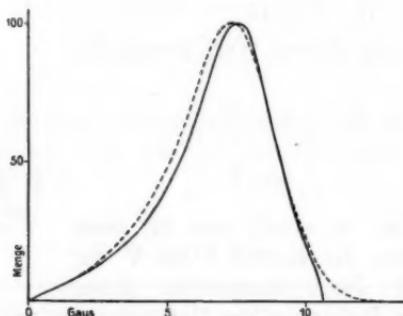


Fig. 11.

Diese Frage wurde graphisch behandelt. Die Kurve wurde in 22 Teilabschnitte zerlegt und die dem mittleren H jedes Abschnittes entsprechende Geschwindigkeit als für den ganzen Abschnitt geltend angesehen. Es wurde dann analog Fig. 10 diejenige Kurve konstruiert, welche bei der betreffenden einheitlichen Geschwindigkeit infolge der geometrischen Abmessungen entstehen würde, wobei die Höhe der Kurve so gewählt wurde, daß ihr Flächeninhalt dem Inhalt des betreffenden Teilabschnittes proportional war. Endlich wurden die Flächenstücke aller Kurven, die sich mehr oder minder in den betreffenden Teilabschnitt erstreckten, addiert, und aus den Summen die Ordinaten für die mittlere Abszisse des Abschnittes berechnet. Das Resultat ist als punktierte Kurve in Fig. 11

1) Die gewählte Kurve entspricht ungefähr der Bestrahlung von Zink mit $214 \mu\mu$ bei 1,85 mm Schlitzbreiten. Ihre Form, welche für den vorliegenden Zweck an sich gleichgültig ist, ist dahin geändert, daß der Abstieg symmetrisch zum Anstieg gestaltet wird, bezogen auf H^2 . Letzteres hat den Zweck, den Abfall steil zu machen und so die Fälschung an dieser Stelle möglichst kraß hervortreten zu lassen.

dargestellt; das Maximum ist hierbei gleich 100 gesetzt. Wir erhalten so folgendes Ergebnis:

1. Die experimentell gefundene Kurve kann selbst bei Schlitzbreiten von 2 mm im großen und ganzen mit der wahren Geschwindigkeitsverteilungskurve identifiziert werden.

2. Die *absoluten* Abweichungen müssen um so größer ausfallen, je größer bei gleicher Kurvenform die Abszisse des Maximums ist; die *prozentualen* Abweichungen bleiben nach der ganzen Bildungsweise der Kurven stets die gleichen.

3. Die prozentualen Abweichungen sind folgende, wenn man die gestrichelte Kurve als die experimentelle und die ausgezogene als die ideale Kurve auffaßt:

a) das wahre Maximum liegt etwa 3 Proz. weiter nach höheren Feldstärken hin;

b) die wahre Abszisse für denjenigen Punkt des Kurvenanstiegs, dessen Ordinate gleich der halben Maximalhöhe ist, liegt um 7 Proz. weiter nach höheren Feldstärken hin;

c) der tatsächliche Endabfall ist steiler, als den experimentellen Werten entspricht (dies gilt übrigens nur bei der Annahme eines so steilen Abstiegs, wie hier *übertrieben* angenommen wurde; würde der Abstieg an sich etwa der punktierten Kurve entsprechen, so würde er, wie die graphische Durchrechnung zeigt, durch die endliche Ausdehnung von F_1 , F_2 , F_3 nur wenig beeinflußt werden).

Alle diese Ausführungen beziehen sich auf eine Schlitzbreite von 2 mm und finden daher nur auf diejenigen Kurvenreihen Anwendung, die mit 1,85 mm Breite ausgeführt sind. Neben dieser rechnerischen Berücksichtigung der geometrischen Verhältnisse wurden auch experimentelle Versuche zur Reduktion auf die Schlitzfläche 0 vorgenommen, indem F_1 , F_2 , F_3 auf 0,5 und 0,7 mm Breite reduziert wurde.

Die Versuche zeigten, daß selbst eine so große Verminderung der Breite die Lage der Maxima und die mittlere Kurvenbreite nicht wesentlich verändert (vgl. Fig. 5—7), stehen also in Übereinstimmung mit dem rechnerischen Ergebnis.

Es fragt sich nun, wie groß bei den im übrigen einwandfreien Kurven bei 0,7 mm Spaltbreite nach obigen Ausführungen die geometrische Korrektur ausfällt. Da alle Verschiebungen

in erster Annäherung der Spaltbreite proportional sind, so gelangt man zu folgendem Resultat:

1. Das Maximum ist um 1 Proz. nach höheren Werten der Geschwindigkeit zu verschieben.
2. Die Abszisse des Anstiegpunktes mit halber Maximalordinate ist um 2 bis 3 Proz. nach höheren Werten der Geschwindigkeit zu verschieben.
3. Die experimentelle Kurvenform entspricht innerhalb der Versuchsfehler im wesentlichen der wahren Geschwindigkeitsverteilung. Auch der schließliche Abstieg ist reell, da selbst bei fast senkrechten Abstieg der Idealkurve eine so geringe Spaltbreite eine kaum halb so weit sich erstreckende Abflachung wie bei der experimentellen Kurve Fig. 7 hervorrufen würde, während ein an sich langsamer Abstieg überhaupt nicht durch die geometrischen Verhältnisse gefälscht wird.

Als Gesamtresultat dieses Paragraphen ergibt sich also folgendes: es ist rechnerisch und experimentell bewiesen worden, daß bei 1,85 mm Schlitzbreite die wahre Lage des Maximums und die wahre mittlere Kurvenbreite durch geringe prozentuale Änderungen aus den experimentellen Kurven entnommen werden können und daß bei 0,7 mm Schlitzbreite mit Zwischenblende die experimentelle Kurve der idealen Verteilungskurve bis auf Differenzen nahe kommt, welche innerhalb der Versuchsfehler liegen.

§ 2. Kontaktpotentialdifferenzen (ϵ/μ).

Bei unserer Methode muß die Geschwindigkeit der Elektronen aus dem zugehörigen magnetischen Feld und dem gegebenen Radius errechnet werden. Eine Kontrolle der so erhaltenen Werte auf einem gänzlich anderen Wege erscheint daher als Beweis für die Richtigkeit aller bisherigen Schlüsse wünschenswert. Diese Kontrolle erhält man, wenn man unmittelbar die Potentialdifferenzen aufsucht, welche die zu einem bestimmten magnetischen Felde gehörigen Elektronen zu überwinden vermögen.

Diese gleichzeitige Aufnahme der magnetischen Ablenkung und der Voltenergie ist im Grunde nichts anderes als die Bestimmung von ϵ/μ bei diesen langsamten Elektronen. Wir können daher den Gedanken auch so fassen: unsere Schluß-

folgerungen sind bestätigt, wenn es uns gelingt, auf diesem Wege einen richtigen Wert für ϵ/μ zu erhalten.

Der Versuch wird in folgender Weise ausgeführt. Die gesamte metallische Umhüllung des Auffangkäfigs K , welche sich innerhalb des Rohres R befindet (Fig. 2) und welche im allgemeinen geerdet ist, wird auf eine positive Spannung aufgeladen, so daß der Käfig selbst auf die ankommenden Elektronen eine Gegenkraft ausübt. Diese Spannung wird variiert, während gleichzeitig ein bestimmtes magnetisches Feld dauernd innegehalten wird. Um ein Hinübergreifen der Gegenspannung in den Raum II zu verhindern, besteht bei der Verwendung weiter Schlitze von 1,85 mm Breite die Öffnung F_3 aus einem Gitterwerk von 10 eingefüllten quadratischen Einzelöffnungen, welche nur durch ganz schmale Streifen getrennt sind.

Die Verwendung von Funken in diesem Fall ist sehr unbequem, da die aufgeladene Hülle im Rohr sowie die ganze Aufladeapparatur (Akkumulatoren, Widerstand, Voltmeter) sorgfältig gegen Wellenwirkungen geschützt werden muß. Dazu kommen die Schwankungen der Funkenlichtquelle, welche bei Aufsuchung einer Stelle größter Steilheit weit störender sind als bei der Aufsuchung eines Ordinatenmaximums. Diese Schwierigkeiten fallen fort, wenn man unzerlegtes Quecksilberlampenlicht verwendet, aus dessen gesamter Geschwindigkeitsverteilungskurve man ja durch Festhaltung eines bestimmten magnetischen Feldes einen beliebigen Geschwindigkeitsbereich festhalten kann. Es genügt hierbei, die Quecksilberlampe (220 Volt, 3,5 Amp.) unter Zwischenschaltung geeigneter Blenden mit ihrem positiven Kopfende in etwa 10 cm Entfernung von S_1 aufzustellen.

Aus diesen Gründen wurden nur zwei sehr sorgfältig angeordnete Versuche mit Funkenlicht ausgeführt, während ich mich bei den übrigen Versuchen mit Hg-Licht begnügte.

Die beiden Funkenversuche als die wichtigeren sind in Fig. 12 und 13 wiedergegeben.

Zur Kurve Fig. 12. Aluminiumfunkenlicht; $\lambda = 186 \mu\mu$; Breite des Schlitzes 1,85 mm, mittlerer Radius 5,0 mm; F_3 durchbrochen; Material Messing; dauernde magnetische Feldstärke (entsprechend dem Maximum der Verteilungskurve) 7,35 Gauss (0,7 Amp.). Die untere gestrichelte Kurve bedeutet

die Geschwindigkeitsverteilung des falschen Lichtes, welche bei Umkehrung der magnetischen Feldrichtung aufgenommen ist; sie ist von der Hauptkurve in Abzug zu bringen. Entsprechend

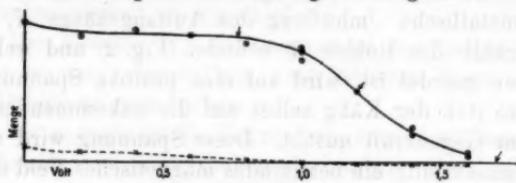


Fig. 12.

dem Punkt größter Steilheit (mittlerer Pfeil) hat die Hauptmenge der Elektronen eine Geschwindigkeit von 1,20 Volt; andererseits entspricht ihre Geschwindigkeit einem magnetischen Feld von 7,35 Gauss bei einem mittleren Radius von 5,0 mm. Daraus berechnet sich ε/μ zu $1,81 \cdot 10^7$ C.G.S. Unter Zugrundelegung dieses Wertes sind diejenigen Punkte berechnet, wo der Abfall eben merklich beginnen und wo die Kurve zu Ende sein müßte; die Stellen sind durch Pfeile markiert.

Zur Kurve Fig. 13. Magnesiumfunkenlicht; $\lambda = 285 \mu\mu$; Breite des Schlitzes 0,7 mm; mittlerer Radius 5,3 mm; Material Zink; dauernde magnetische Feldstärke (entsprechend dem Maximum der Verteilungskurve) 0,44 Gauss (0,42 Amp.); das Maximum der Steilheit liegt hier bei 0,47 Volt. Analog wie bei Kurve I berechnet sich hieraus $\varepsilon/\mu = 1,72$ C.G.S. Die drei Pfeile haben die gleiche Bedeutung wie bei der Kurve Fig. 12.

Bedenkt man, wie erheblich die frühesten Werte von ε/μ unter weit günstigeren Verhältnissen variierten, so müssen diese Resultate als äußerst befriedigend bezeichnet werden. Diese guten Ergebnisse wurden übrigens erst nach Einführung einer Vorsichtsmaßregel erhalten, deren Fig. 14. Nichtbeachtung ε/μ wesentlich zu klein erscheinen ließ.

Die Öffnung des Käfigs K muß unmittelbar mit nebenstehender Schneidenstellung (Fig. 14) an F_3 herangebracht werden, da sonst die Elektronen unter dem mit ihrer abnehmenden Geschwindigkeit verstärkten Einfluß des magne-

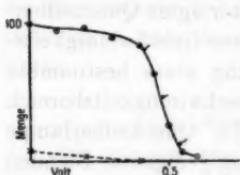


Fig. 18.

tischen Feldes und unter der z. T. quer zu ihrer Bewegungsrichtung orientierten Einwirkung des elektrischen Feldes von der Öffnung des Käfigs abgebogen werden. Diese starke Annäherung hat allerdings die ungewünschte Folge, daß das Feld des Käfigs in den Raum II übergreift und einen zu frühen Abfall der Voltkurve bedingt (vgl. Fig. 13).

In der folgenden Tabelle sind alle erhaltenen ε/μ -Werte zusammengestellt.

Tabelle VIII.

Lichtquelle	Material	Spaltbreite	Mittlerer Radien	Magnetisches Feld	Von an der Stelle größter Stellhöhe	μ/ε
Funke; $\lambda = 186 \mu\mu$	Messing	1,85 mm (durchbrochen)	5,0 mm	7,35 Gauss	1,20	$1,81 \cdot 10^7$ C.G.S.
Funke; $\lambda = 285 \mu\mu$	Zink	0,7 mm	5,3 " 4,41	0,47	1,72	
Hg-Lampe	Messing	1,85 "	5,0 " 9,45	1,85	1,69	
Hg-Lampe	Zink	0,5 mm	5,3 " 4,72	0,55	1,78	
"	"	0,5 "	5,3 " 6,30	0,95	1,71	
"	"	0,5 "	5,3 " 7,87	1,55	1,79	
						Mittel $1,75 \cdot 10^7$ C.G.S.

Die geringe Abweichung dieses Mittelwertes von der zurzeit angenommenen Zahl $1,767 \cdot 10^7$ C.G.S. liegt noch im Sinne der oben charakterisierten Störung.

Aus diesem Resultat lassen sich zwei Folgerungen ziehen:

1. Innerhalb der Räume I und II sind keine Kontakt-Potentialdifferenzen vorhanden, da sonst die Übereinstimmung zwischen dem magnetischen und dem elektrischen Geschwindigkeitswerte unmöglich wäre.

2. Störungen der Elektronenbahnen durch elektrische Wellen sind ausgeschlossen.

Auch in allgemeiner Beziehung besitzt das Resultat eine gewisse Bedeutung insofern, als die bisherigen ε/μ -Bestimmungen nicht unter 85 Volt¹⁾ herabgingen, wenn auch nach unserer ganzen Elektronenauffassung extreme Werte nach dieser Richtung nicht zu erwarten waren.

§ 3. Sonstige Einflüsse.

Gas- und Dampfresiduum. Anfänglich hielt ich die Möglichkeit für gegeben, daß die gefundenen Kurvenformen durch den Einfluß des Gas- und Dampfresiduums bedingt sein könnten. Tatsächlich würde man ja auch bei einer ursprünglich einheitlichen Geschwindigkeit der ausgesandten Elektronen infolge von Verlangsamungen und Ablenkungen ein ähnliches Bild erwarten. Dem widerspricht jedoch die Tatsache, daß die Geschwindigkeit um so einheitlicher erscheint, je kleiner sie ist (vgl. Ann. II), während man doch in diesem Fall eine größere Beeinflussung erwarten sollte. Außerdem wird ja die Realität der Kurvenform im Sinne der Versuchsanordnung durch die ε/μ -Bestimmungen des vorigen Paragraphen bewiesen.

Trotzdem habe ich auch direkte Versuche angestellt, von denen zwei näher beschrieben werden sollen.

1. Quecksilberlampenlicht; Material Messing; Schlitzbreite 1,85 mm; mittlerer Radius 5,0 mm. Die ausgezogene Kurve (Fig. 15) bedeutet die Geschwindigkeitsverteilung bei dem gebräuchlichen Gädelpumpenvakuum mit Kühlung (δ) sind Kontroll-

1) Vgl. Winckelmann, Handbuch der Physik 4. (2) p. 586; die Messung ist von Hrn. Wehnelt ausgeführt. (Ber. d. D. Phys. Ges. 5. 255/258. 1903.) Die gefundenen Werte betragen: $1,4 \cdot 10^7$ C.G.S. für 8,5 Volt, $1,84 \cdot 10^7$ für 30 Volt, 1,81 für 85 Volt usw.

punkte); die \times Punkte entsprechen einem Luftdruck am Mc Leod von $18/10000$ mm Hg. Rechnet man den Dampfdruck des Hg bei Zimmertemperatur zu $10/10000$ mm, so betragen die wahren Drucke für die beiden Kurven $10/10000$ und $28/10000$ mm. Wie man sieht, liegt der Unterschied der beiden Kurven, abgesehen von einer kleinen Formänderung im ersten Teil des

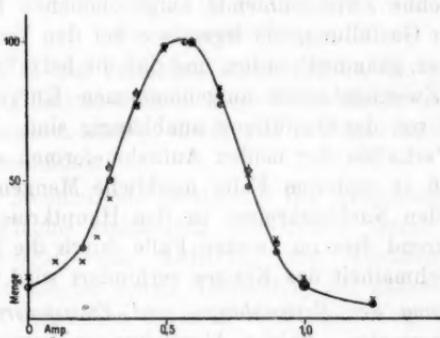


Fig. 15.

Anstieges, innerhalb der Versuchsfehler. Bei vermehrter Luft einföhrung (bis $380/10000$ mm Hg) verbreitern sich die Kurven im Sinne obiger Annahme. Erwähnt sei noch, daß die ε/μ -Bestimmung bei $18/10000$ mm Mc Leod-Druck bereits merklich verschlechterte Werte lieferte, indem die steilste Stelle, die bei vollem Vakuum fast in halber Höhe der anfänglichen Elektronenmenge lag, jetzt bei 33% dieses Wertes beobachtet wurde. Danach ist also die ε/μ -Bestimmung auch ein gutes Reagens auf die Vollkommenheit des Vakuums.

2. Magnesiumfunke, $285 \mu\mu$. Material Zink; Schlitzbreite 0,7 mm mit Zwischenblende; mittlerer Radius 5,3 mm. Verglichen wurden Molekularpumpenvakuum mit gleichzeitiger Kühlung, dessen Druck durch Vergleich mit dem gebräuchlichen Gädelpumpenvakuum von $10/10000$ mm Hg mittels Absorptionsmessungen zu weniger als $5/100000$ mm bestimmt war, und $28/10000$ mm Hg-Druck Luft. Trotz dieser enormen Druckänderung, welche eine Mengenänderung von mehr als 50 Proz. ergab, waren die beiden Verteilungskurven *völlig identisch*, etwa wie die ursprünglichen Punkte und die Kontrollpunkte der

Fig. 5, nur daß bei der Steilheit der $285 \mu\mu$ -Kurve (Ann. II) diese Identität noch markanter hervortritt. Dasselbe gilt für eine Reihe von Zwischendrucken. Ebenso blieb ein starkes Dampfresiduum bei Fortnahme der Kühlung trotz starker Absorption ohne Einfluß auf die Kurvenform.

Wir erhalten also das Gesamtresultat, daß die bei 1,85 mm Spaltbreite ohne Zwischenblende aufgenommenen Kurven erst bei stärkerer Gasfüllung, als irgendwie bei den Versuchen anzunehmen war, geändert werden, und daß die bei 0,7 mm Schlitzbreite mit Zwischenblende aufgenommenen Kurven in ihrer Form völlig von der Gasfüllung unabhängig sind. Der Unterschied im Verhalten der beiden Aufnahmeformen erklärt sich dadurch, daß in ersterem Falle merkliche Mengen von Elektronen aus den Nachbarkreisen in den Hauptkreis überreten können, während dies im zweiten Falle durch die Blende und durch die Schmalheit des Kreises verhindert wird.¹⁾

Abweichung der Bestrahlungs- und Emissionsrichtung von der Flächennormalen. Solche Abweichungen kommen bis zu gewissem Betrage infolge unrichtiger Einstellung vor und können außerdem durch eine minimale Welligkeit der bestrahlten Flächen, die sich beim Schaben einstellt, bedingt werden. Da aber die Variation der Bestrahlungs- und Emissionsrichtung bis zu einem Winkel von 45° mit der Flächennormalen nur keine merkliche Formänderung der Kurve hervorruft (vgl. Ann. II), so können diese zufälligen Richtungsänderungen, für die 5° als Grenze schon sehr hoch gegriffen ist, keinen Einfluß auf die Kurvenform ausüben.

Ermüdung. Es lassen sich prinzipiell zwei Formen der Ermüdung unterscheiden, eine Geschwindigkeitsermüdung und eine Mengenermüdung. Jene ist bei unseren Versuchen ausgeschlossen, da bei der stets durchgeführten Wiederholung der zuerst gemessenen Kurve am Schlusse der ganzen Kurvenreihe (vgl. z. B. die Kontrollpunkte der Fig. 5) stets völlige Identität beobachtet wurde. Die Mengenermüdung konnte nicht systematisch untersucht werden, da die Lichtstärke des

1) Es liegt nahe, nach dieser Methode Absorptionskoeffizienten für kleinste Elektronengeschwindigkeiten zu bestimmen; eine Untersuchung dieser Art habe ich zurzeit im Gang.

Funkens von Reihe zu Reihe erhebliche Änderungen (20 Proz. und mehr) zeigen kann. Es läßt sich jedoch aus dem sehr großen Gesamtmaterial der Schluß ziehen, daß auch diese Ermüdungsform nicht vorgelegen hat. Übrigens ist ja tatsächlich nach den bisherigen Untersuchungen Ermüdung im guten Vakuum in der Regel nicht zu erwarten.

Zusammenfassung.

I. Es wird ein Verfahren ausgearbeitet, die Geschwindigkeitsverteilung lichtelektrisch ausgelöster Elektronen für eine bestimmte *Emissionrichtung, direkt* und in einem *weiten Spektralbereich* zu bestimmen.

II. Die Meßmethode beruht auf der Ablenkung der senkrecht zur Fläche emittierten Elektronen durch ein *homogenes Magnetfeld*; das Auftreten von Kontaktpotentialdifferenzen wird hierbei durch Herstellung der ganzen Apparatur aus ein- und demselben Material vermieden (Kap. II, § 1).

III. Die Bestrahlung erfolgt mit spektral zerlegtem *Funkenlicht*. Durch die Auswahl verschiedener Elektrodenmaterialien gelingt es, in dem ganzen zu untersuchenden Bereich genügende Intensitäten und ausreichende Konstanz zu erhalten (Kap. II, § 1).

IV. Bei der praktischen Ausarbeitung dieser Methode sind folgende Gesichtspunkte berücksichtigt:

1. Die Abhängigkeit der gefundenen Verteilungskurven von den *geometrischen* Dimensionen wird untersucht und die notwendige Korrektur auf die wahre Geschwindigkeitsverteilung ermittelt. (Etwa entsprechend der Reduktion einer spektralen Photometermessung auf die Spaltbreite Null.) Die notwendige Korrektur ergibt sich hierbei als relativ klein (Kap. III, § 1).

2. Das *falsche Licht* wird durch Umkehr der magnetischen Feldrichtung berücksichtigt (Kap. II, § 2).

3. Die *Elektronenreflexion* wird durch eine Zwischenblende beseitigt (Kap. II, § 2).

4. Das Nichtbestehen von *Kontaktpotentialdifferenzen* wird durch ε/μ -Messungen bewiesen (Kap. III, § 2).

5. Der Einfluß des *Gas- und Dampfresiduums* wird untersucht und als sehr gering gefunden (Kap. III, § 3).

6. Das Nichtauftreten von *Geschwindigkeitsermüdungen* wird durch Kontrollmessungen bewiesen (Kap. III, § 3).

7. Die *Störungen* durch *elektrische Wellen* werden untersucht und Mittel zu ihrer Beseitigung angegeben (Kap. II, § 1).

V. Die Einwandfreiheit der ganzen Methode, auch in bezug auf noch unbekannt gebliebene Störungen wird durch ϵ/μ -Bestimmungen bewiesen. Mittelwert $1,75 \cdot 10^7$ C.G.S.; Extremwerte $1,69 - 1,81 \cdot 10^7$ C.G.S.

Heidelberg, Ende Juli 1914.

(Eingegangen 1. August 1914.)

2. *Über die Elektrizitätsentwickelung
bei abreißenden Wassertropfen;
von M. Aganin.*

(Aus dem Radiologischen Institut in Heidelberg.)

Seit der grundlegenden Arbeit von Hrn. Lenard „Über die Elektrizität der Wasserfälle“¹⁾ wurden oft die Erscheinungen dieses Gebietes Gegenstand weiterer Forschung.²⁾ Trotzdem sind bis jetzt eine Menge von Fragen auf diesem Gebiete noch ungelöst geblieben. So ist in der genannten Arbeit, z. B. unzweifelhaft nachgewiesen, daß das Aufeinanderstoßen zweier Flüssigkeitsoberflächen (mit nachfolgendem Zusammenfließen) zu reichlicher Trennung entgegengesetzter Gas- und Flüssigkeitsladungen führt („Auffalleffekt“); es ist jedoch noch nicht genau bekannt, in welcher der mannigfaltigen Phasen des Vorganges beim Zusammenstoß diese Trennung stattfindet. Die nachfolgenden zahlreichen Beobachter sind hierin über die Resultate jener ersten Arbeit noch nicht wesentlich hinausgekommen.

Eine besondere Frage ist es namentlich, inwieweit bloße Zerteilung einer Flüssigkeitsmasse (Zerreißen, Zerspritzen) etwa zu Trennung von Gas- und Flüssigkeitselektrizität führt („Abreißeck“). Möglich wäre dies immerhin schon von dem allgemeinen Gesichtspunkte aus, daß jede schnelle Verkleinerung von Flüssigkeitsoberfläche zur Trennung einer an der Oberfläche vorhandenen Doppelschicht führen kann³⁾; denn schnelle Verkleinerung einer Oberfläche folgt beim Abreißen von Flüssigkeitsmasse stets nach, indem die Reste des Ligaments durch die Oberflächenspannung schnell zurückgezogen werden.

In der erwähnten Arbeit ist Hr. Lenard zu dem Resultate gekommen, daß „bloßes Zerstieben des Wassers ebenso un-

1) P. Lenard, Ann. d. Phys. u. Ch. 46. 1892.

2) Einen zusammenfassenden Bericht über diese Arbeiten hat Hr. Becker gegeben; Jahrb. d. Rad. u. Elektr. 9. 1912.

3) P. Lenard, l. e. p. 631.

wirksam ist, wie das Hindurchfahren von Strahlen durch die Luft; nur Austreffen getrennter Tropfen auf ein flaches Hindernis gibt stets elektrische Wirkung“.¹⁾ Aus den dort mitgeteilten Versuchen geht unzweifelhaft hervor, daß ein Abreißeck, wenn er existiert, sehr viel kleiner sein muß, als der Auffalleffekt, welcher mit derselben Wassermasse bei gleichem Energieaufwand (gleicher lebendiger Kraft der Wassermasse) zustande kommt, und es ist daher auch kein Zweifel, daß das beim Auffallen meist stattfindende Zerspritzen nicht die Ursache des Auffalleffektes ist.²⁾

Eine andere Frage ist es indessen, ob das Abreißen ganz ohne Wirkung ist, oder ob es von einem, zwar kleinen, aber doch mit verfeinerten Methoden nachweisbaren elektrischen Effekt begleitet ist. Für die letztere Annahme scheinen die Experimente vieler Forscher zu sprechen, welche bei der Flüssigkeitszerstäubung sogar große Elektrisierung der Flüssigkeit und der umgebenden Atmosphäre gezeigt haben. Aber der Vorgang bei der Zerstäubung ist so kompliziert, daß er zur exakten Entscheidung der Frage nicht geeignet ist. Bei der jedenfalls sehr überwiegenden Größe des Auffalleffektes ist ohne Zweifel große Vorsicht in der Deutung der Versuche nötig: es könnte sein, daß die bei den Zerstäubungsversuchen beobachtete Elektrisierung wenigstens teilweise durch das Zusammenfließen der im Sprühregen vom Luftstrom aufeinander geworfenen Tröpfchen verschiedener Größe zu erklären ist, daß es sich also teilweise um Auffalleffekt, nicht um Abreißeck handelt.

Die Frage nach der Existenz eines, wenn auch nur kleinen Abreißeckes ist also bis jetzt nicht genügend beantwortet.

Für die Lösung dieser Frage sind besonders wichtig die Arbeiten von Hrn. Trübi³⁾ und Hrn. von Bernolák.⁴⁾ Diese

1) l. c. p. 619.

2) Die neuerdings von manchen Autoren (z. B. S. Rey, *Sur l'ionisation de l'air par les chutes d'eau. Thèses. Paris 1912*) behauptete Zurückführung des gesamten Wasserfalleffektes auf Abreißeck kann demnach keinesfalls zutreffen.

3) O. Trübi, Über Wasserfallelektrizität; als Dissertat. der Heidelberg Fakultät vorgelegt 1912.

4) K. von Bernolák, Über die Elektrizitätsentwicklung bei abreißenden Flüssigkeitstropfen. Ann. d. Phys. 39. 1912.

Herren haben die Elektrisierung untersucht, welche beim Abtropfen vom Ausflußrohr auftritt. Hier ist die Erscheinung nicht durch einen zu hilfe genommenen Luftstrahl, wie bei der Zerstäubung, kompliziert, und jedenfalls ist das Zusammenstoßen einzelner Tropfen wenigstens in der Nähe der Ausflußöffnung wie ich beobachtet habe, hier ausgeschlossen, wenn die Zahl der Sekundärtröpfchen nicht groß ist.¹⁾

Hr. Trübi hat bei seinen Beobachtungen ziemlich starke Elektrisierung des Wassers beim Abtropfen gefunden. Aber Hr. von Bernolák, welcher die Untersuchungen von Hrn. Trübi wiederholte, indem er die Versuchsanordnung verbesserte und verschiedene störende Einflüsse vermeidet, welche die Ergebnisse von Hrn. Trübi sehr stark beeinflußt haben, fand, daß die Elektrisierung beim Abtropfen mehr als 10 mal kleiner ist, als die, welche Hr. Trübi beobachtet hatte. Die Versuche von Hrn. von Bernolák haben dabei gezeigt, daß diese Elektrisierung in engem Zusammenhang mit der Sekundärtröpfchenbildung steht.

Wegen der prinzipiellen und auch wegen der speziellen meteorologischen Wichtigkeit²⁾ der Frage nach dem Abreißeffekt war es von großem Interesse, diese Untersuchungen fortzusetzen, wobei von einer Wiederholung der Versuche des Hrn. von Bernolák ausgegangen werden konnte, da der eventuelle Abreißeffekt in keiner Weise reiner zur Beobachtung zu bringen ist, als beim Abreißen einzelner Flüssigkeitstropfen. Auf Veranlassung von Hrn. Lenard habe ich mich mit dieser Untersuchung beschäftigt.

Es sei noch besonders bemerkt, daß im folgenden unter Abreißeffekt stets ausschließlich diejenige elektrische Wirkung verstanden wird, welche bei der Trennung zweier Flüssigkeits-

1) K. von Bernolák hat beobachtet, daß wenn sich viele Sekundärtröpfchen bilden, einige von diesen sich zu einem großen Tropfen vereinigen. Diese Vereinigung mußte von einer Elektrisierung des Wassers begleitet sein. Hieraus erklärt sich zum Teil der von K. von Bernolák beobachtete Effekt (p. 512 l. c.) als Auffalleffekt.

2) Auf der Annahme des Bestehens eines Abreißeffektes von genügender Größe beruht z. B. Hrn. Simpsons Gewittertheorie (On the Electricity of Rain and its Origin in Thunderstorms. Phil. Trans. A. 209. p. 379. 1909).

massen und bei dem dann stets nachfolgenden Zusammenziehen der Ligamente etwa auftritt.

Ich benutzte demnach zuerst denselben Apparat, mit welchem Hr. von Bernolák seine Untersuchungen ausgeführt hat.

In dem mit Bernstein isolierten Gefäß *A* (Fig. 1) befand sich destilliertes Wasser, welches aus der Röhre *D* abtropfen konnte. Die Tropfenzahl konnte mittels eines Hahns *G* reguliert werden; der zweite Hahn *G* diente zum Abschließen. Die Tropfen fallen in das enghalsige, ebenfalls mit Bernstein isolierte Gefäß *O*. Die beiden Gefäße *A* und *O* sind mit dem Elektrometer verbunden. Auf diese Weise wird unter der Voraussetzung, daß kein Wasser seitlich herausspritzt, Tropfkollektorwirkung vermieden. Der Fallraum, sowie alle mit dem Elektrometer verbundenen Apparateile waren in geerdeten Metallhüllen. Das Rohr *D* war luftdicht und isoliert in den Apparat eingeführt. Es wurde Luft durch das Wattefilter *R* in die Kammer *W* eingeblasen, von wo sie durch das Rohr *J*, die Kammer *W*₁ und das Rohr *M* austreten konnte. Der Apparat konnte mittels dreier Stellschrauben *U* so aufgestellt

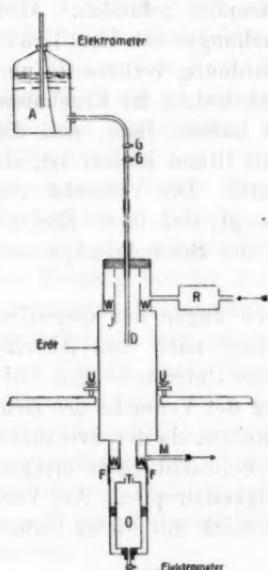


Fig. 1.

werden, daß die Ebene der Ausflußöffnung horizontal war. Die Richtigkeit der Aufstellung wurde in der Weise geprüft, daß beobachtet wurde, ob Primär- und Sekundärtropfen in derselben Vertikalen abfielen. Im Schutzrohr *F* waren in der Höhe des Halses *T* vier je um 90° gegeneinander versetzte Öffnungen angebracht, durch welche die Tropfen beim Hineinfallen in das Gefäß *O* beobachtet werden konnten. Bei den Versuchen wurden diese Öffnungen durch ein übergeschobenes Metallrohr verschlossen.

Bei den ersten Versuchen, bei welchen ich ein trichter-

förmig erweitertes Abtropfrohr von 1,3 cm unterm Durchmesser benutzte, erhielt ich Elektrisierungen von derselben Größenordnung, wie sie Hr. von Bernolák mit dem gleichen Rohr bekommen hatte.

In der Nähe der Abtropföffnung bemerkte ich aber bei längeren Beobachtungen an der Wand des Schutzrohres eine Menge von feinen Wasserspritzern, welche auch Hrn. von Bernolák in seiner Arbeit bereits erwähnt. Durch Benutzung dünnwandiger, sorgfältig abgeschliffener Röhren hat Hr. von Bernolák die auf diese Weise dem System verloren gehenden und dadurch eventuell Tropfkollektorschicht hervorrußenden Spritzer stark verminderd, aber nicht vollkommen vermieden. Durch besondere Versuche stellte Hr. von Bernolák fest, daß die Tropfkollektorschicht bei seinen Beobachtungen nur sehr klein sein konnte. Da aber auch der ganze zu beobachtende Effekt nur klein war, schien es mir wünschenswert, diese Spritzer vollkommen zu beseitigen. Bei Röhren von mehr als 4 mm Öffnungsduurchmesser gelang dies nicht. Bei Röhren von geringerem Durchmesser bekam ich keine Spritzer, wenn ich das Rohrende in folgender Weise behandelte:

Die Glasmäntel waren so ausgezogen, daß man eine vollkommen kreisrunde Öffnung von dem gewünschten Durchmesser bekam; dann wurden sie am Ende mit einer dünnen Schicht von Paraffin bedeckt und conaxial mit Gips in einem weiteren Messingrohr so befestigt, daß die unteren Öffnungen der beiden Röhren in derselben Ebene waren. Das Ganze wurde darauf auf einem feinsten Schleifstein abgeschliffen. Das Anbringen des Messingrohres hätte den Zweck, beim Schleifen ein seitliches Neigen des Rohres zu verhindern, so daß das Rohrende mit großer Sicherheit senkrecht zur Achse abgeschliffen wurde; durch den Gips wurde das Aussplittern des Glases am Rohrende beim Schleifen stark verringert. Die Glasmäntel konnten wegen der dazwischenliegenden Paraffinschicht leicht aus der Gipseinbettung entfernt werden. Bei der Betrachtung des Rohrenden im Mikroskop zeigte sich jedoch, daß trotzdem noch ganz feine Teilchen abgesplittet waren. Deshalb wurde Leuchtgas in die Röhre geleitet und die Gaszufuhr so reguliert, daß ein kleines Flämmchen am Rohrende noch brannte; hierbei war die Röhre vertikal auf-

gestellt. Die Wände der Öffnung erwärmten sich hierbei ganz gleichmäßig und die Unregelmäßigkeiten verschmolzen.

So hergestellte Röhren gaben bei richtiger Aufstellung keine seitlichen Spritzer. Unter diesen Umständen konnte Tropfkollektowirkung nicht mehr stören.

Es mußte jetzt untersucht werden, ob der beobachtete Effekt frei von der beim Auffallen der Tropfen auf die Wasseroberfläche in dem Gefäß *O* auftretenden Elektrisierung sei.

Um diese Frage zu lösen, habe ich die Eigenschaft von Methylviolett benutzt, welche Hr. J. J. Thomson¹⁾ (analog NaCl und anderen Salzen) gefunden hat: kleine Spuren von Methylviolett in dem Wasser kehren schon das Zeichen der Elektrisierung, welche beim Auffallen hervortritt, um. Deshalb habe ich eine Reihe von Beobachtungen gemacht, indem ich einmal auf den Boden des unteren Gefäßes *O* destilliertes Wasser, das andere Mal eine schwach gefärbte Lösung von Methylviolett eingegossen habe. Wenn der beobachtete Effekt nur Abreißeffekt wäre, so müßte ich in beiden Fällen dieselbe Elektrisierung des Systems, welches mit dem Elektrometer verbunden war, bekommen haben. Die Beobachtungen haben das aber nicht ergeben, wie aus folgender Tabelle zu ersehen ist.

Tabelle I.

Tropfenzahl = 60 pro 1 Min. Öffnungs durchmesser des Rohres = 2,82 mm.

Im unteren Gefäß befindet sich:	Elektrometeraus- schläge pro 1 Min.	Bemerkungen
destilliertes Wasser	+ 2,0	mit Luftstrom
Methylviolettlösung	- 2,7	
destilliertes Wasser	+ 2,2	
Methylviolettlösung	- 1,9	
destilliertes Wasser	+ 1,9	ohne Luftstrom
Methylviolettlösung	- 0,6	
destilliertes Wasser	+ 0,8	

Diese Experimente zeigen also, daß die von Hrn. von Bernolák beobachteten Effekte nicht störungsfrei waren²⁾.

1) J. J. Thomson, Phil. Mag. (5) 37. 1894; eine teilweise Wiederholung der Lenardschen Versuche mit einigen Erweiterungen.

2) Ein weniger gutes Kriterium (Variation der Gefäßhöhe *O*) hatte Hrn. Trübi Störungsfreiheit ergeben.

daß sie jedenfalls vergrößert waren durch die Elektrisierung, welche im unteren Gefäß beim Auffallen der Tropfen eintrat, offenbar vermöge geringen Entweichens von elektrisierter Luft aus der Mündung T .

Um diese Störung durch Aufalleffekt zu vermeiden, habe ich im weiteren statt der Ladung des Wassers die der Luft gemessen. Der Apparat, welcher dazu benutzt wurde, ist in Fig. 2 dargestellt.

Durch die obere Decke des geerdeten Messingkastens KL war luftdicht und isoliert das Abtropfrohr durchgeführt. Die Tropfen fielen zwischen den Platten des Kondensators AB und durch ein Loch im Boden des Kastens aus dem Apparate heraus, weit nach unten. Die Platte B war am Elektrometer, die andere Platte hatte eine Spannung von -100 Volt von einer Akkumulatorenbatterie. Durch ein Glaswollefilter M und die Kammer W wurde die Luft aus einem Gasometer (Druckanlage im Radiologischen Institut in Heidelberg) in den Apparat hineingetrieben. Negative Elektrizitätsträger, welche beim Abtropfen sich bilden könnten, würden durch den Luftstrom in den Raum zwischen die Kondensatorplatten hineingetrieben und hier müßten sie ihre Ladungen unter der Wirkung des elektrischen Feldes an die Platte B abgeben.

Es war sehr wichtig, die abreißenden Tropfen von dem elektrischen Feld des Kondensators zu schützen; da sie sonst durch Tropfkollektorwirkung positiv sich laden würden und infolgedessen alle negativen Elektrizitätsträger, welche beim Abreißen sich bilden würden, absorbieren könnten. Das Wasser im Ausflußgefäß war mittels eines Platindrahtes zur Erde geleitet. Das Ausflußrohr D war geschützt durch ein Messingrohr R , welches geerdet war. Die Öffnung des Rohres D lag

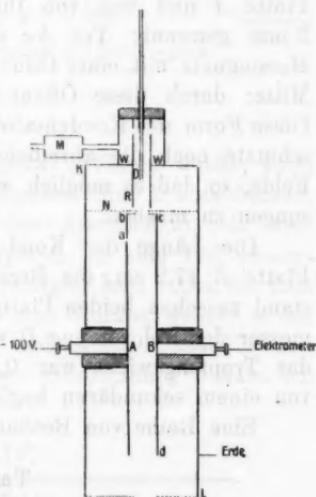


Fig. 2.

um 3 cm höher, als die des Rohres R . Zwischen dem Rohr R und den Platten des Kondensators befand sich das geerdete Messingnetz N , in dessen Mitte eine Öffnung von 1,2 cm Durchmesser war zum Durchlassen der fallenden Tropfen.

Es war noch nötig, das Vorfeld zu beseitigen, welches die Elektrizitätsträger der Luft nicht zur Kondensatorplatte B , sondern zu anderen Teilen des Apparates treiben könnte. Zu diesem Zwecke bekam die Platte B des Kondensators die Form $a b c d$. Teil $a b$ befand sich in der Ebene der geladenen Platte A und war von ihr durch einen Zwischenraum von 2 mm getrennt; Teil $b c$ der Platte B bestand aus einem Messingnetz mit einer Öffnung von 1,2 cm Durchmesser in der Mitte; durch diese Öffnung fallen die Tropfen nach unten. Diese Form des Kondensators beseitigte ganz das Vorfeld und schützte noch die abreißenden Tropfen von dem elektrischen Felde, so daß es möglich war, auch ohne Schutznetz N Messungen zu machen.

Die Länge der Kondensatorplatte A war 15 cm, der Platte B 17,2 cm, die Breite der Platten war 6 cm, der Abstand zwischen beiden Platten war 1,7 cm. Der innere Durchmesser der Rohröffnung D war 3,17 mm, der äußere 3,65 mm; das Tropfengewicht war 0,064 g. Jeder Primärtropfen war von einem sekundären begleitet.

Eine Reihe von Beobachtungen gab folgendes:

Tabelle II.

	Ausschlag des Elektrometers pro 1 Min.		Differenz
	ohne Tropfen	mit 240 Tropfen	
mit Netz N	1,1	1,1	0,0
ohne „ N	1,6	1,4	0,2

Diesen Zahlen zeigen, daß der Abreißeffekt so gut wie nicht existiert.

Man könnte denken, daß trotz des Schutzes der Abtropföffnung vom Kondensatorfelde die Tropfen beim Abreißen eine kleine Ladung bekommen, welche verursacht ist durch Tropfkollektowirkung infolge Vorhandenseins von Kontaktpotential; durch diese Ladung würden alle Elektrizitätsträger absorbiert,

welche sich beim Abtropfen in der Luft bilden könnten. Um diesen Einwand entgegenzutreten, habe ich das Ausflußgefäß isoliert und das Wasser mit einem Pol eines Akkumulators verbunden, dessen anderer Pol geerdet war. Die Versuche haben gezeigt, daß weder die positive noch die negative Ladung des Wassers an den beobachteten Ausschlägen etwas geändert hat.

Tabelle III.

Wasserspannung	Ausschlag des Elektrometers pro 1 Min.		Differenz
	ohne Tropfen	mit 240 Tropfen	
mit Netz {	- 2 V + 2 V	1,3 0,9	1,2 1,1
			0,1 - 0,2

Die Luft, welche in den Apparat geblasen wurde, kam, wie früher erwähnt, aus einem Gasometer. Man könnte denken, daß Verunreinigungen der Luft den Abreißeffect sehr vermindern. Darum habe ich die Experimente zum Teil wiederholt unter Verwendung von kälte gereinigter Luft. Ehe die Luft in den Apparat kam, passierte sie eine Spirale, welche in ein Gemisch von fester Kohlensäure und Alkohol tauchte und dann ein Glaswollefilter. Bei diesen Beobachtungen habe ich folgende Zahlen bekommen:

Tabelle IV.

	Ausschlag des Elektrometers pro 1 Min.		Differenz
	ohne Tropfen	mit 240 Tropfen	
mit Netz N	0,8	0,8	0,0
ohne „ N	1,2	1,1	0,1
mit „ N	0,9	0,7	0,2

Da der Elektrometergang immer, wie bei Beobachtungen ohne Tropfen, so auch bei Beobachtungen mit Tropfen, etwas schwankte, sind die gefundenen Differenzen in den Grenzen der Beobachtungsfehler. Deshalb kann man sagen, daß die Elektrisierung der Luft beim Abtropfen, wenn sie überhaupt stattfindet, so klein ist, daß sie selbst bei diesen sehr empfindlichen Anordnungen nicht zu finden war.

Es ist interessant zu berechnen, wie große Ausschläge ich hätte beobachten müssen, wenn die Resultate von Hrn. von Bernolák richtig wären. In der Tabelle II seiner Arbeit gibt Hr. von Bernolák an, daß die Ladung, welche beim Abreißen jedes Tropfens vom Gewicht 0,064 g, wenn 240 Tropfen pro 1 Min. fallen, gleich $0,94 \times 10^{-14}$ Coulombs ist. Die Empfindlichkeit des Elektrometers bei meinen Beobachtungen war 1000 mm pro 1 V; die Kapazität des mit dem Elektrometer verbundenen Systems betrug 108 cm. Also hätte ich beim Abreißen von 240 Tropfen pro 1 Min. einen Elektrometerausschlag von 18,8 mm beobachten müssen, während kaum Zehntelmillimeter sich ergaben.

Aus vorliegender Arbeit kann man also schließen, daß, wenn überhaupt beim Abreißen von Tropfen und nachfolgendem schnellen Zusammenziehen des Ligaments Elektrisierung des Wassers und der Luft stattfindet, diese Elektrisierung wenigstens 50 mal kleiner ist, als die von Hrn. von Bernolák gefundene, schon an sich äußerst minimale Wirkung. Man sieht, daß die sukzessive Verfeinerung der Versuche — von denen des Hrn. Trübi bis zu den meinigen — zum sukzessiven Zurücktreten und Verschwinden des gesuchten Abreißecktes geführt hat. Es weist dies wieder zurück auf Hrn. Lenards ursprünglichen Befund des Fehlens dieses Effektes.

Man darf demnach wohl sagen, daß die Behauptung des Bestehens eines Abreißecktes und einer Mitwirkung desselben bei der Gewitterbildung oder bei Zerstäubungsversuchen noch eines Beweises bedarf. Dieser Beweis könnte, wenn er möglich ist, nach den mitgeteilten Versuchen nur mehr etwa bei Zerreißung von Flüssigkeitsmassen unter Mitwirkung besonders günstig gerichteter starker Luftströme erwartet werden, wobei jedoch jeder Auffalleffekt entweder gänzlich vermieden oder genau in Rechnung gesetzt werden müßte.

Zum Schluß erübrigt mir noch, Hrn. Geheimrat Prof. Dr. Lenard und Privatdozent Dr. Ramsauer für die mir gegebene Anregung und Unterstützung meinen besten Dank auszusprechen.

(Eingegangen 31. Juli 1914.)

3. *Über Wasserfallelektrizität bei feinen Strahlen;*
von M. Aganin.

(Aus dem Radiologischen Institut in Heidelberg.)

1.

Schon im Jahre 1892 hat Hr. Lenard in seiner bekannten Arbeit „Über die Elektrizität der Wasserfälle“¹⁾ die von ihm erhaltenen Resultate zur Erklärung des Ganges des elektrischen Erdfeldes während des Regens verwendet. Er hat gezeigt, daß Aufprallen von Regentropfen auf die Erdoberfläche in der Luft eine Ladung bedingt, die fähig ist, das Vorzeichen des Potentialgefälles nahe an der Erdoberfläche zu ändern. In einer späteren Arbeit²⁾ ist Hr. Lenard von der Frage ausgegangen, inwieweit die Elektrizitätsentwicklung beim Verschwinden von Flüssigkeitsoberfläche nicht nur beim Auffallen des Regens auf den Erdboden, sondern bereits in der Luft, eine Rolle spiele.

Später im Jahre 1909 hat Hr. Simpson³⁾ diese Idee aufgenommen und eine interessante Hypothese über die Elektrischen Vorgänge beim Gewitter aufgestellt. Diese Hypothese hat verschiedene Einwände hervorgerufen; jedenfalls gibt sie keine Erklärung über das elektrische Verhalten von Niederschlägen, welche ohne Gewitter auftreten.

Die Bildung von Regentropfen ist mit dem Verschwinden einer großen freien Flüssigkeitsoberfläche verbunden. In der Tat bilden sich nach den jetzt allgemein verbreiteten Anschauungen von Reynolds die Regentropfen durch Zusammenfließen von gewöhnlichen Nebeltröpfchen. Wenn wir den mittleren Durchmesser von Nebeltröpfchen gleich 0,02 mm

1) P. Lenard, Ann. d. Phys. u. Chemie 46. 1892.

2) P. Lenard, Über Regen. Met. Zeitschr. Heft 6. 1904.

3) G. Simpson: On the Electricity of Rain and its Origin in Thunderstorms. Phil. Trans. A. 209. 1909.

annehmen, müssen für die Bildung eines einzelnen, kleinen Regentröpfchens von 0,5 mm Durchmesser mehr als 15000 Nebeltröpfchen zusammenfließen. Die freie Flüssigkeitsoberfläche vermindert sich dabei ums 25fache, d. h. bei der Bildung von einem kleinen Regentropfen verschwinden etwa 18 qmm freie Wasseroberfläche. Wenn solche Verminderung der freien Oberfläche in der Atmosphäre mit merklicher Elektrisierung des Wassers und der Luft verbunden ist, so muß diese Elektrisierung eine große Rolle bei den elektrischen Vorgängen des Regens spielen. Es war deshalb von großem Interesse die Elektrisierung, welche durch das Verschwinden der freien Oberfläche kleiner Tropfen bedingt ist, quantitativ zu untersuchen.

Die meisten Autoren, welche die Elektrisierung des Wassers beim Aufprallen von Tropfen auf irgend ein Hindernis untersucht haben, arbeiteten mit Tropfen von ziemlich großem Durchmesser. Hr. Lenard hat die Elektrisierung des Wassers beim Auffallen von Tropfen mit einem Durchmesser von 5,4 bis 2 mm untersucht. Man könnte wegen des analogen elektrischen Verhaltens der Erscheinungen beim Aufprallen von Tropfen mit denen beim Durchsprudeln von Gasbläschen durch Flüssigkeit erwarten, daß die Elektrisierung beim Aufprallen von Tropfen pro Volumeinheit des Wassers mit der Verkleinerung der Tropfen wesentlich gesteigert wird; es war jedoch wichtig, zu untersuchen, inwieweit diese Beziehung zwischen der Elektrizitätsmenge pro Volumeinheit der Flüssigkeit und dem Tropfendurchmesser tatsächlich vorhanden ist.

Ursprünglich hatte ich vor, die Elektrisierung von Tropfen, die einzeln, nicht in Form eines Strahles fallen, zu untersuchen. Aber trotz einer Reihe von Versuchen gelang es mir nicht, regelmäßig fallende Tropfen kleiner als 0,8 mm im Durchmesser zu erhalten.

Viel kleinere Tropfen erhielt ich jedoch mit Hilfe von feinen Wasserstrahlen, die aus sehr dünnen Kapillaren ausströmten. Auf diese Weise konnte ich Tropfen bis 0,4 mm Durchmesser erhalten. Dieser Umstand hat mich dazu geführt, die Wasserfallelektrizität bei feinen Strahlen zu untersuchen.

Schon die ersten Beobachtungen mit Strahlen, welche aus

Öffnungen von 0,05—0,15 mm im Durchmesser austraten und auf eine Metallplatte auffielen, zeigten, daß die Elektrisierung sehr variabel ist. Bestäudiger und zugleich viel größer war der Effekt beim Auffallen des Strahles auf eine Wasseroberfläche. Deswegen habe ich folgende Versuchsanordnung getroffen.

2. Versuchsanordnung (Fig. 1).

Destilliertes Wasser (dessen Leitfähigkeit etwa 5×10^{-6} war), welches sich in einem Mariotteschen Gefäß *A* befindet, strömt, als feiner Strahl, aus der Kapillaröffnung des Rohres *C*, welches dicht durch den oberen Deckel des viereckigen Messingkastens *KL* geführt wird. Die Strahlgeschwindigkeit wird durch den Hahn *B* reguliert. Alle Verbindungen der Glasröhren *ABC* waren so hergestellt, daß die Berührung des Wassers mit Kautschukschläuchen möglichst vermieden war. Das war nicht nur deswegen nötig, um die Verunreinigungen des Wassers durch Kautschuk zu vermeiden, sondern auch um eventuelles Verstopfen der Ausflußöffnung zu verhüten: Kautschuck gibt ständig an das durchfließende Wasser kleinste Teilchen ab, und wenn diese in die Kapillaröffnung

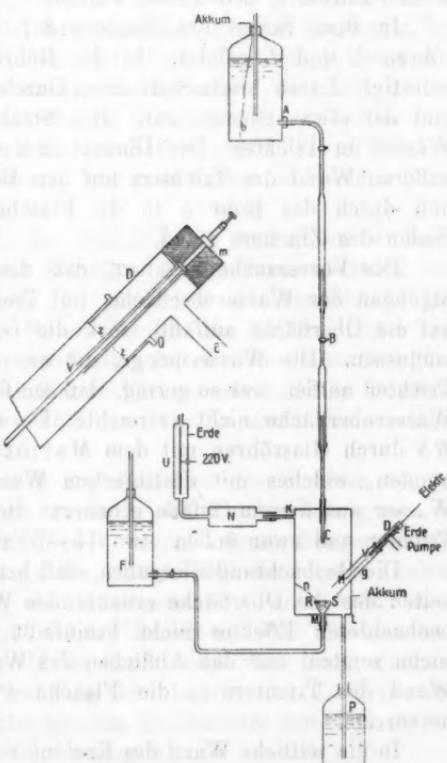


Fig. 1.

des Rohres *C* kommen, so verkleinern sie die Strahlgeschwindigkeit und manchmal verstopfen sie ganz die Öffnung.

Wenn man aber auch nach Möglichkeit die Berührung des Wassers mit Kautschuk verhindert, ist es trotzdem unmöglich die Anwesenheit von Staub im Wasser gänzlich zu verhüten, und ich glaube, daß solche Staubpartikelchen, welche zeitweise in der Öffnung des Ausflußrohres stehen bleiben, auf die Ausflußgeschwindigkeit des Strahles und seine Struktur einwirken und diejenigen Schwankungen des Effektes bewirken, welche zeitweilig beobachtet wurden.

In dem Boden des Kastens *KL* waren zwei Messingröhren *M* und *L* gelötet. In der Röhre *M* war ein Trichter befestigt, dessen breite Seite einen Durchmesser von 4 cm hatte und der etwas geneigt war. Der Strahl aus *C* fiel auf das Wasser im Trichter. Der Überschuß des Wassers floß an der äußeren Wand des Trichters auf den Boden des Kastens *KL* und durch das Rohr *L* in die Flasche *P*, welche auf dem Boden des Zimmers stand.

Die Vorversuche ergaben, daß die geringsten Verunreinigungen der Wasseroberfläche im Trichter (Staub, welcher auf die Oberfläche auffällt) stark die Größe des Effektes beeinflussen. Die Wassermenge, die aus dem Rohr *C* auf den Trichter auffiel, war so gering, daß sie für die Erneuerung der Wasseroberfläche nicht ausreichte. Deswegen war der Trichter *RS* durch Glasröhren mit dem Mariotteschen Gefäß *F* verbunden, welches mit destilliertem Wasser gefüllt war. Das Wasser aus diesem Gefäß erneuerte die Wasseroberfläche im Trichter und zwar floßen etwa 15—30 ccm/Min.

Die Beobachtungen ergaben, daß bei solchen Geschwindigkeiten des die Oberfläche erneuernden Wassers die Größe des beobachteten Effektes nicht beeinflußt wird. Spezielle Versuche zeigten, daß das Abfließen des Wassers an der äußeren Wand des Trichters in die Flasche *P* keine Elektrisierung hervorrief.

In die seitliche Wand des Kastens war unter einem Winkel von etwa 45° ein Messingrohr *g* von 2 cm Durchmesser gelötet. Dieses Rohr bildete die äußere Hülle eines Zylinderkondensators. Die innere Belegung des Kondensators bestand aus einem Messingdraht von 3 mm Durchmesser, welcher durch

einen Bernsteinstopfen m isoliert war. Dieser Stopfen saß dicht in einem Messingrohr D mit einem seitlichen Ansatz E . Der Ansatz führte durch eine Gasuhr zu einer Wasserstrahlpumpe, die die Luft aus dem Kasten KL absaugte. Das Rohr D war von der äußeren Kondensatorhülle durch einen Hartgummiring getrennt. Die innere Belegung des Kondensators war von der Stelle V bis zum Bernsteinstopfen von einer Messingröhre V von 6 mm Durchmesser umgeben und mit dem Rohr D verbunden. Die Länge der inneren Kondensatorbelegung vom abgerundeten Ende H bis V betrug 83 mm. Die Luftmenge, welche durch den Kondensator durchging, betrug 6 Liter pro 1 Minute. Im oberen Teil des Kastens KL war eine Röhre angebracht, durch welche die Luft in den Kasten eintrat nach Durchgang durch ein Glaswollefilter und einen Zylinderkondensator U , dessen innere Hülle auf 220 Volt geladen war. Das Filter N war vom Kasten KL durch Bernstein isoliert.

Der Kasten KL , die Gefäße A , F und P waren durch Hartgummi isoliert und mit einer Akkumulatorenbatterie verbunden, deren positiver Pol geerdet war. Das Rohr D des Kondensators g , das Filter N und die äußere Hülle des Kondensators U waren zur Erde geleitet. Die innere Belegung des Kondensators g führte zum Elektrometer, dessen Empfindlichkeit 50,4 mm pro 1 Volt war. Die Kapazität des gesamten Systems betrug 86,3 cm.

Die Luft, die durch das Auffallen des Strahles negativ elektrisiert worden war, wurde in den Kondensator g gesaugt und gab, wie dies vorläufige Versuche zeigten, bei genügender Kondensatorspannung an die innere Hülle ihre ganze Ladung ab. Da die Öffnung des Kondensators g unmittelbar über der Stelle sich befand, wo der Strahl auf den Trichter auffiel, und da ein Vorfeld ausgeschlossen war, kann man annehmen, daß beim Durchgang der elektrisierten Luft von der Auffallstelle des Strahles bis zum Kondensator der Elektrizitätsverlust der Luft nur sehr gering war.

Die Geschwindigkeit des Strahles wurde bestimmt aus der Flüssigkeitsmenge, welche in einer bestimmten Zeit ausfloß, und dem Durchmesser (mit Mikroskop gemessen) des noch nicht in Tropfen zerfallenen Teil des Strahles.

Die Tropfengröße wurde nach der Absorptionsmethode bestimmt. Quer durch den Strahl wurde ein Stück von Baryt-filtrierpapier, mit Eosin bestreut, schnell horizontal hindurchgeschoben. Die Tropfen bilden auf dem Papier Flecke, aus deren Größe man den Tropfendurchmesser ermitteln kann. Diese Methode der Tropfengrößebestimmung war eingehend von Hrn. Becker¹⁾ ausgearbeitet, der in seiner Arbeit eine ausführliche Tabelle angibt, welche die Größe der Tropfen mit der des Fleckes in Verbindung setzt.

3. Abhängigkeit des Auffalleffektes von der Strahlänge.

Vor allem habe ich die Abhängigkeit der Elektrisierung von der Entfernung zwischen der Ausflußöffnung und der Wasseroberfläche im Trichter untersucht. Die Änderungen der Höhe der Ausflußröhre wurde durch Einschieben des Rohres *B* in den verbreiterten Teil des Rohres *A* hergestellt. Um dabei die Ausflußgeschwindigkeit konstant zu halten, wurde die Lage des Rohres im Mariotteschen Gefäß *A* entsprechend geändert. Die Entfernung zwischen dem unteren Ende des Mariotte-Rohres und der Ausflußöffnung *C* war konstant, gleich 160 cm.

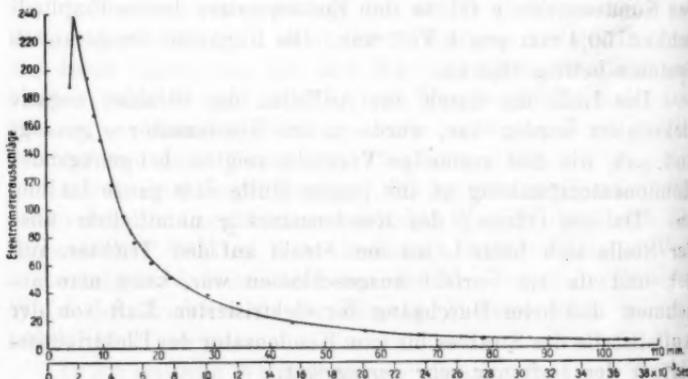


Fig. 2.

1) A. Becker, Zur Messung der Tropfengröße bei Regenfällen nach der Absorptionsmethode. Met. Zeitschr. Heft 6. 1907.

Die Versuche ergaben, daß die geringsten Änderungen der Entfernung der Ausflußöffnung von der Wasseroberfläche im Trichter große Änderungen des Effektes bewirken.

Tabelle I.

Ausflußgeschwindigkeit des Strahles = 280 cm/Sek. Ausfließende Wassermenge 1,32 ccm/Min. Länge des unzerfallenen Strahles = 4,0 mm. Kondensatorspannung — 200 Volt.

Entfernung der Ausflußstelle von der Wasseroberfläche im Trichter	Elektrometerausschlag pro 1 Min.
4,43 mm	188
5,10 „	238
6,45 „	224
7,5 „	194
8,7 „	168
9,8 „	150
11,6 „	118
13,6 „	96
15,8 „	77
18,7 „	62
22,1 „	51
28,7 „	38
34,1 „	32
44,0 „	18
57,0 „	12
67,0 „	8,3
78,4 „	6,2
104,6 „	5,1

Die Tab. I ist graphisch in der Kurve (Fig. 2) dargestellt. Auf der Abszissenachse ist zugleich die Zeit angegeben, welche der Strahl braucht, um die Entfernung zwischen Ausflußöffnung bis Trichter zu durchlaufen.

Ganz analoge Kurven habe ich auch mit einer Reihe anderer Ansflußröhren erhalten. Der Umstand, daß anfänglich an der Stelle, wo der Strahl zerfällt, der Effekt mit der Entfernung steigt, ist leicht zu erklären. Wenn auf die Wasseroberfläche im Trichter der nichtzerfallene Teil des Strahles auffiel, ist die Elektrisierung gleich Null. Der Effekt kommt nur zustande von einer Entfernung an, wo der Strahl schon

in Tropfen zerfallen ist. Die Stelle aber, wo der Strahl zerfällt, ist kleinen Schwankungen unterworfen und vollen Effekt erhält man nur bei solchen Entferungen, bei welchen der Strahl dauernd in Tropfen zerfallen auffällt.

Dagegen ist die schnelle Abnahme des Effektes mit der Entfernung nicht ohne weiteres verständlich. Es war unmöglich, diese Abnahme durch die Geschwindigkeitsverminderung der fallenden Tropfen zu erklären. Die Berechnungen haben gezeigt, daß die Tropfengeschwindigkeit in den ersten 10 cm des zerfallenen Strahles sich nur um wenige Prozent von der Anfangsgeschwindigkeit unterscheidet, die ich gleich der Geschwindigkeit des unzerfallenen Strahles angenommen habe. In dem angeführten Beispiele (Tab. I) ist die Endgeschwindigkeit der Tropfen sogar größer und zwar 340 cm/Sek.¹⁾ gegen 280 cm/Sek. des Strahles. Die Geschwindigkeit mußte also mit der Entfernung wachsen und folglich der Effekt zunehmen.

Eine andere Ursache, welche diese charakteristische Abhängigkeit des Effektes von der Entfernung aufklären könnte, besteht in folgendem: Die Untersuchungen von Hrn. Lenard²⁾ über die Oberflächenspannung des Wassers haben gezeigt, daß je frischer die Wasseroberfläche ist, desto größer die Kapillaritätskonstante. Diese Änderung der Oberflächenspannung wurde besonders eingehend von Hrn. Hiss³⁾ untersucht. Er fand, daß die Spannung der frischen Oberfläche von destilliertem Wasser innerhalb 0,008 Sek. von 8,34 auf 7,60 mg/mm zurückgeht (bei 16° C.); nach dieser Zeit verkleinert sich die Oberflächenspannung noch weiter, aber nur mehr sehr wenig und bald erreicht sie ihren Endwert. Diese Änderungen der Oberflächenspannung des Wassers schreibt Hr. Lenard⁴⁾ dem Umstände zu, daß im Wasser außer den gewöhnlichen Wasser-

1) Tropfendurchmesser war 0,48 mm. Endgeschwindigkeit vgl. P. Lenard, Über Regen. Met. Zeitschr. Heft 6. 1904.

2) P. Lenard, Über die Schwingungen fallender Tropfen. Wied. Ann. 30. 1887.

3) H. Hiss, Über die zeitliche Änderung der Spannung reiner Flüssigkeitsoberfläche. Diss. Heidelberg 1913.

4) P. Lenard, Über die Spannung frischer Wasseroberflächen und über die Messung derselben durch schwingende Tropfen. Sitzungsber. d. Heidelbg. Akad. d. Wiss. 1910.

molekulären noch polymerisierte Moleküle vorhanden sind, und daß eine der Molekülsorten die Fähigkeit hat, die Oberflächenspannung des Wassers zu vermindern und darum nach dem Gesetz von Hrn. Quincke¹⁾ sich an der Flüssigkeitsoberfläche anhäuft. Somit haben die Tropfen, welche vom Strahl abreißen, anfänglich eine andere chemische Zusammensetzung der Oberfläche, als später. Dies könnte diejenigen Änderungen des Effektes mit der Entfernung der Ausflußöffnung von der Wasseroberfläche im Trichter zur Folge haben, welche in der Kurve I dargestellt sind.

Diese Erklärung erschien sehr wahrscheinlich auch deswegen, weil die größte Änderung der Elektrisierung sich bis zur Entfernung von 25—30 mm vollzog, was einer Lebensdauer der Tropfen von 0,008—0,01 Sek. entspricht; und dies steht in guter Übereinstimmung mit der von Hrn. Hiss gegebenen Zeitdauer der größten Änderung der Oberflächenspannung.

Die weiteren Versuche zeigten aber, daß diese Erklärung nicht zutreffend sein kann. Bei Beobachtung des Wassers im Trichter in der Nähe der Auffallstelle des Strahles fand ich, daß ins Wasser eine Menge kleiner Luftbläschen hineingetrieben werden. Mit der Entfernung der Ausflußöffnung von der Wasseroberfläche im Trichter wird die Anzahl der Bläschen stark verkleinert. Bei seinen Untersuchungen über die Elektrisierung beim Auffallen von Strahlen auf Wasser hat Hr. Lenard gezeigt, daß die Luftblasen, welche vom Strahl ins Wasser hineingetrieben werden, den Effekt immer vermindern, weil die beim Fallen des Strahles elektrisierte und ins Wasser hineingetriebene Luft ihre negative Ladung dem positiv geladenen Wasser abgibt. Aber die Luftblasen steigen wieder auf die Wasseroberfläche und elektrisieren ihrerseits, indem sie platzen, das Wasser im selben Sinne, wie es beim Auffallen elektrisiert wird. Hr. Fischer²⁾ hat festgestellt, daß mit der Verminderung der Blasengröße der Effekt pro Volumeneinheit des durch die Flüssigkeit durchsprudelnden Gases stark anwächst. Da die Bläschen, die von sehr feinen Strahlen ins

1) G. Quincke, Über Kapillaritätserscheinungen an der gemeinschaftlichen Oberfläche von Flüssigkeiten. *Pogg. Ann.* 139. 1870.

2) R. Fischer, Über die Elektrizitätserregung bei dem Hindurchgang von Luftblasen durch Wasser. *Wien. Ber.* p. 111. IIa. 1902.

Wasser eingetrieben werden, sehr klein sind, lag der Gedanke nahe, ob die große Verminderung des Effektes mit der Vergrößerung der Entfernung der Ausflußöffnung von der Wasseroberfläche nicht dadurch bedingt sein kann, daß dabei, wie oben erwähnt, die Zahl der Bläschen, welche ins Wasser eindringen, sich verkleinert.

Um die Wirkung der Bläschen festzustellen, bin ich folgendermaßen verfahren: im Trichter *RS* (Fig. 3) wurde eine

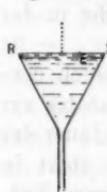


Fig. 3.

Glimmerplatte *E* mit einem kleinen Loch von 3 mm Durchmesser befestigt. Das Wasser im Trichter bedeckte die Platte mit einer Schicht von 2 mm. Der Strahl fiel in den Trichter über der Öffnung in der Glimmerplatte. Die Bläschen bildeten sich, wie früher, in großer Menge, konnten aber jetzt nicht alle zur Wasseroberfläche aufsteigen, weil sie zum großen Teil von der Platte aufgehalten wurden. Die Elektrisierung ist viel kleiner geworden. Z. B. ist bei einer Strahlgeschwindigkeit von 350 cm/Sek. der Effekt ohne Platte gleich 292 Sek. gewesen, und ist auf 27,7 beim Einbringen der Glimmerplatte gesunken. Der Effekt ist also auf weniger als $1/10$ gesunken.

Es konnte der Einwand erhoben werden, daß die Verminde-
rung des Effektes beim Aufhalten der Luftbläschen dadurch
hervorgerufen ist, daß ein Teil der beim Auffallen des Strahles

geladenen Luft im Wasser bleibt und somit nicht in den Kondensator eingesaugt werden kann. Es kommt also in den Kondensator nicht die gesamte elektrisierte Luft und die Folge ist eine vielleicht nur scheinbare Verminderung des Effektes. Um diesen Einwand zu beseitigen, ist folgender Versuch gemacht worden.

In die seitliche Wand des Kastens *KL* (Fig. 4) ist ein Glas-
rohr *O* eingeführt worden, durch
welches horizontal ein breiter Wasser-
strahl aus einem Gefäß ausfloß, dessen Flüssigkeit durch

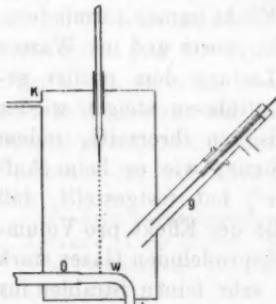


Fig. 4.

einen Platindraht mit dem Kasten in Verbindung stand.

Dieser horizontale Strahl kam, noch bevor er in Tropfen zerfiel, in die erweiterte Öffnung *W* des Ausflußrohres. Das Rohr *W* war so aufgestellt, daß der Strahl die Luft aus dem Kasten *KL* nicht absaugen konnte. Auf diesen Strahl fiel nun der feine Strahl aus dem Rohr *C*. Die Bildung von Blasen im unteren Strahl war ausgeschlossen.

Vor allem wurde festgestellt, daß der untere Strahl allein nur eine ganz geringe Elektrisierung hervorruft: der eigene Elektrometergang von 0,2 Skt./Min., ohne jeden Strahl, stieg nur auf 0,5 Skt./Min., wenn der untere Strahl allein floß.

Mit dieser Versuchsanordnung wurde nun die Abhängigkeit des Effektes von der Entfernung des Ausflußrohres *C* vom unteren Strahl untersucht. Die Resultate sind in folgender Tabelle aufgeführt.

Tabelle II.
Strahl wie in Tab. I.

Entfernung der Ausflußöffnung vom unteren Strahl	Elektrometerausschläge nach Abzug der Wirkung des unteren Strahles
6,6 mm	11,3 Skt. pro Min.
13,6 „	7,2 „ „ „
21,6 „	5,3 „ „ „
24,8 „	5,2 „ „ „
30,7 „	4,3 „ „ „
36,6 „	3,4 „ „ „
45,8 „	2,7 „ „ „

Vergleichen wir diese Zahlen mit denen der Tab. I, so ersehen wir, daß der Effekt beim Auffallen des Strahles auf einen anderen viel geringer ist, als der beim Auffallen auf ruhendes Wasser. Es ist somit klar, daß die hohen Werte, welche man beim Auffallen des Strahles auf ruhendes Wasser erhält, zum großen Teil durch die Elektrisierung bedingt sind, die durch das Auftreten von Bläschen hervorgerufen wird.

Aber auch beim Auffallen eines Strahles auf einen anderen tritt dieselbe Abhängigkeit des Effektes von der Länge des Strahles auf: mit der Entfernung der Ausflußöffnung vom unteren Strahl wird die Elektrisierung immer kleiner.

Um die Ursache dieser Änderung des Effektes einerseits, andererseits aber um die schnelle Abnahme der Bläschenzahl mit der Länge des Strahles zu erklären, habe ich die Struktur von feinen Strahlen untersucht.

4. Struktur feiner Wasserstrahlen.

Um die Struktur der feinen Wasserstrahlen zu untersuchen, habe ich die momentane Belichtung des Strahles mit einem elektrischen Funken vorgenommen. Der Funke kam von einem großen Induktor, in dessen Sekundärkreis zwei große Leydener Flaschen eingeschaltet waren. Der Strahl war vor der Wirkung der elektrischen Kräfte geschützt.

Vor allem konnte festgestellt werden, daß die Strahlstruktur äußerst unbeständig war.¹⁾ Jeder scharfe Laut änderte etwas die Stelle, wo der Strahl zerfällt. Die Entfernung zwischen den Tropfen ist in verschiedenen Teilen des Strahles verschieden. Um die Tropfendichte in verschiedenen Entfernungen von der Ausflußöffnung zu bestimmen, wurde folgende Methode angewendet: in das Okular eines Mikroskops war ein Diaphragma eingesetzt, welches das Gesichtsfeld so abblendete, daß zugleich nicht mehr als 5—6 Tropfen zu sehen waren. Die Zahl der Tropfen, welche bei jedem Funken im Mikroskop zu sehen waren, konnte leicht abgezählt werden. Zunächst wurde das Mikroskop auf denjenigen Teil des Strahles eingestellt, welcher unmittelbar hinter der Zerfallsstelle war und 20 mal wurde die Zahl der Tropfen im Mikroskop abgezählt. Aus dem Mittelwert dieser Zahlen und den vertikalen Dimensionen des Gesichtsfeldes konnte ermittelt werden, wieviel Tropfen auf 1 mm des Strahles kommen. Dann wurde das Mikroskop all-

1) Alle Versuche, die Strahlstruktur durch einen tönenden Körper zu regulieren, waren ohne Erfolg. Ich habe eine Saite verwendet, welche mittels eines Elektromagneten in Schwingungen versetzt wurde, dessen Strom durch die Schwingungen der Saite selbst unterbrochen wurde. Dann habe ich am Ausflußrohr eine kleine Messingpfeife angebracht, deren Länge in weiten Grenzen mittels eines Kolbens variiert werden konnte. Die Luft wurde in die Pfeife durch einen dünnen Schlauch eingeblasen. Vermutlich sind diese Versuche erfolglos wegen der außerordentlichen Feinheit des Strahles und der Schwierigkeit, entsprechend schnelle Schwingungen in genügender Energie auf das Rohr zu übertragen.

mäßig nach unten verschoben und die Tropfenzahl pro 1 mm des Strahles in verschiedenen Entfernnungen von der Zerfallsstelle ermittelt. Die folgende Tab. III gibt die Resultate.

Tabelle III.

Entfernung von der Ausflußstelle	Zahl der Tropfen pro 1 mm des Strahles
4,0 mm	
4—5,5 "	2,6
7—8,5 "	2,2
9—10,5 "	1,9
17—18,5 "	1,3
21—22,5 "	1,2
26—27,5 "	0,9
33—34,5 "	0,9
43—44,5 "	0,8
52—53,5 "	0,8
59—60,5 "	0,7
70—71,5 "	0,7

Aus der Tabelle ist zu ersehen, daß die Tropfendichte mit der Entfernnung von der Zerfallsstelle abnimmt, und zwar anfänglich schneller und dann langsamer. Die Resultate sind graphisch in der Kurve (Fig. 5) dargestellt.

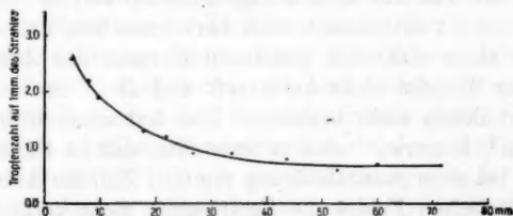


Fig. 5.

Solche Verteilung der Tropfen im Strahl kann nicht durch die Änderung der Tropfengeschwindigkeit erklärt werden, denn bei so geringen Entfernnungen kann diese sich nicht wesentlich ändern. (Die Ausflußgeschwindigkeit des Strahles war wenig verschieden von der Endgeschwindigkeit der vom Strahl gebildeten Tropfen; bei dieser Geschwindigkeit aber ist

die Fallbeschleunigung gleich dem Luftwiderstände.) Viel eher ist das durch das Zusammenfließen der Tropfen zu erklären. Die Beobachtungen mit dem Mikroskop haben diese Vermutung bestätigt. In der Nähe der Zerfallsstelle sind die Tropfen viel kleiner und wachsen mit der Entfernung von der Zerfallsstelle. Es konnte auch ungefähr der Durchmesser der Tropfen geschätzt werden. Unmittelbar an der Zerfallsstelle war der Durchmesser gleich etwa 4 Skt. des Mikroskops; bei einer Entfernung von 15 mm war er schon gleich etwa 6 Skt.

Es kann somit aus dem vorhergehenden geschlossen werden, daß die einzelnen Tropfen, welche sich an der Zerfallsstelle des Strahles bilden, mit verschiedenen Geschwindigkeiten fallen; anfänglich sind die Geschwindigkeiten der einzelnen Tropfen so verschieden, daß sie beim Zusammenstoß zusammenfließen. Wenn man sich aber von der Zerfallsstelle entfernt, ist die Geschwindigkeitsverschiedenheit nicht genügend, um das Zusammenfließen hervorzurufen, und sie werden voneinander reflektiert, was die Zerstreuung des Strahles zur Folge hat. Diese Zerstreuung konnte im Mikroskop schon in einer Entfernung von 7 cm von der Ausflußstelle beobachtet werden. In 11 bis 12 cm ist meistenteils diese Zerstreuung schon klar ausgedrückt und wächst immer weiter so, daß in großer Entfernung von der Ausflußstelle der Strahl seinen Charakter ganz geändert hat und aus einer Menge einzelner kleiner Strählchen besteht. Es ist interessant noch hervorzuheben, daß die Annäherung eines elektrisch geladenen Körpers das Zusammenfließen der Tropfen nicht hervorruft und die Zerstreuung der feinen Strählchen nicht beseitigt. Dies hat schon früher Lord Rayleigh¹⁾ bemerkt, indem er feststellte, daß im Falle dünner Strahlen bei einer Ausflußöffnung von 0,01 Zoll die Anbringung eines elektrischen Feldes die Zerstreuung nicht verhindert im Gegensatz zu den Strahlen, welche aus weiteren Öffnungen fließen.

Die Form der Tropfen, wie sie bei momentaner Belichtung zu sehen war, war sehr verschieden. Dies zeigt, daß die Tropfen auch sehr feiner Strahlen komplizierten und großen

1) Lord Rayleigh, „Further Observations upon Liquid Jets“, Proc. of the Roy. Soc. of London XXXIV. 1882—83.

Schwingungen unterworfen sind und ihre Kugelform nicht behalten.

Mit der Momentanbelichtung wurde auch die Form des Grübchens beobachtet, welches der auffallende Strahl im ruhenden Wasser hervorruft. Wenn sich die Wasseroberfläche in einer Entfernung von einigen Millimetern von der Zerfallsstelle befand, so hatte das Grübchen die Formen Fig. 6. Mit zunehmender Entfernung der Wasseroberfläche von der Zerfallsstelle des Strahles, wurde das Grübchen breiter und die in der Nähe der Zerfallsstelle auftretenden schmalen Verlängerungen konnten nicht beobachtet werden.

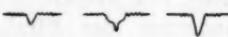


Fig. 6.

5. Deutung der Abhängigkeit der Elektrisierung beim Auffallen des Strahles von seiner Länge.

Die beobachteten Eigenschaften von dünnen Strahlen geben eine genügende Erklärung für die Resultate, wie sie bei den Untersuchungen der Elektrisierung beim Auffallen des Strahles auf ruhendes Wasser gefunden wurden. In der Nähe der Zerfallsstelle des Strahles folgen die Tropfen schnell hintereinander und im Grübchen bilden sich die oben erwähnten schmalen Verlängerungen. Diese Verlängerungen schließen sich und die in ihnen enthaltene Luft bildet ein Bläschen, welches weiter in die Flüssigkeit hineingetrieben wird. Entfernt man die Wasseroberfläche von der Zerfallsstelle des Strahles allmählich weiter und weiter, so werden die Tropfen immer seltener, die schmalen Verlängerungen des Grübchens bilden sich nicht mehr, da der Grübchenboden Zeit hat sich auszugleichen. Dazu wird das Grübchen selbst immer breiter, was vermutlich daher kommt, daß der Strahl mit der Entfernung von der Ausflußöffnung eine immer größere Luftmenge mit sich führt, die den Querschnitt des Strahles scheinbar vergrößert. Diese Änderung der Form des Grübchens hat die Verminderung der Bläschenzahl zur Folge und dies erklärt auch die Änderung der Elektrisierung, welche beim Auffallen von Strahlen verschiedener Länge auf ruhendes Wasser beobachtet war.

Wenn der Strahl nicht auf ruhendes (oder sehr langsam bewegtes) Wasser auffällt, sondern auf einen anderen Strahl, so trifft jeder folgende Tropfen nicht mehr das Grübchen,

welches durch das Auffallen des vorhergehenden Tropfens gebildet war. Im unteren Strahl (Fig. 4) bilden sich keine Blasen mehr und deswegen wird die Elektrisierung entsprechend geringer.

Der Umstand, daß beim Auffallen eines Strahles auf einen anderen der Effekt ebenfalls mit der Entfernung der Ausflußstelle des oberen Strahles vom unteren zurückgeht, ist der Änderung der Strahlstruktur zuzuschreiben: die Zahl der Tropfen pro Zeiteinheit wird eine andere, desgleichen ändert sich, was besonders wichtig ist, die Geschwindigkeit wegen der Zusammenstöße und des Zusammenfließens von Tropfen.

6. Elektrisierung beim Zusammenfließen von Tropfen im Strahl.

Wie früher gezeigt wurde, fließen im oberen Teile dünner Strahlen die Tropfen zusammen. Dieses Zusammenfließen muß zweifellos mit einer Elektrisierung des Wassers und der umgebenden Luft verbunden sein. Um dies festzustellen, war folgender Apparat konstruiert (Fig. 7).

Im Innern des Metallkastens *KL* (ohne Boden) war ein flacher Kondensator *AB* angebracht, dessen Platten 15 cm Länge hatten und in einer Entfernung von 1,7 cm voneinander aufgestellt wurden. Die Platte *A* wurde geladen; die andere wurde mit dem Elektrometer verbunden. Die Ausflußröhre *C* wurde durch den oberen Deckel des Kastens *KL* geführt und zwar so, daß ihre Öffnung zwischen die Platten *A* und *B* kam. Die Röhre *C* war von einem Schutzrohr *D* umgeben, welches von dem Kasten durch Glimmer *E* isoliert war. Der Kasten *KL* und das Wasser im Ausflußgefäß waren zur Erde geleitet.

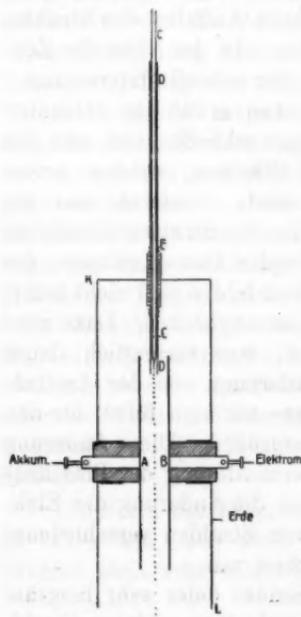


Fig. 7.

War die Zerfallsstelle des Strahles nicht geschützt, so gab das Elektrometer keinen Ausschlag. Dies erklärt sich dadurch, daß ohne Schutz die vom unzerfallenen Strahle abreißenden Tropfen eine Ladung bekommen, welche der Ladung der Kondensatorplatte *A* entgegengesetzt ist. Die beim Zusammenfließen der Tropfen gebildeten Elektrizitätsträger werden deshalb sofort an die Tropfen gezogen, ohne auf die Kondensatorplatte *B* zu kommen. Nur wenn das geerdete Schutzrohr *D* so aufgestellt war, daß der ganze unzerfallene Teil des Strahles und ein Teil des Zerfallenen innerhalb des Rohres *D* war, gab beim Fließen des Strahles das Elektrometer Ausschläge.

Der größte Effekt ergab sich, wenn die Zerfallsstelle 1,2 cm oberhalb der unteren Öffnung des Schutzrohres war. Deswegen wurde bei weiteren Versuchen diese Lage stets eingehalten.

Es muß noch hervorgehoben werden, daß auch bei diesen Versuchen der Effekt stark schwankte wegen der schon früher erwähnten Gründe: die Struktur des Strahles schwankt dauernd und diese Schwankungen haben auch Veränderungen des Effekts zur Folge.

Die Untersuchungen der Strahlstruktur hat gezeigt, daß das Zusammenfließen der Tropfen nur innerhalb einiger Zentimeter von der Zerfallsstelle stattfindet; in den weiteren Teilen des Strahles werden die zusammenstoßenden Tropfen viel öfter reflektiert voneinander. Deswegen war es von Interesse zu sehen, wie sich die Elektrometerrausschläge ändern mit der Änderung der Strahlänge im Kondensator. Die Ausflußröhre wurde so aufgestellt, daß die Öffnung des Schutzrohres 13,5 cm vom unteren Kondensatorplattenende abstand. Diese Entfernung konnte bis 1,3 cm verringert werden.

Der beobachtete Effekt bleibt, wie aus der Tab. IV zu ersehen ist, bis 9 cm fast konstant, bis 4 cm ändert er sich nur sehr wenig und nimmt dann schnell ab. Das stimmt gut mit dem Resultat überein, daß das Zusammenfließen der Tropfen hauptsächlich im oberen Teile des Strahles stattfindet.

Die Abhängigkeit des Effektes von der Spannung des Kondensators ergab, daß auch bei — 100 Volt „die Sättigung“ noch nicht erreicht war, wie aus der folgenden Tab. V zu ersehen ist.

Tabelle IV.

Ausflußmenge des Wassers = 4,2 ecm/Min. Ausflußgeschwindigkeit = 530 cm/Sek. Kondensatorspannung = 100 Volt.¹⁾

Länge des Strahles im Kondensator	Elektrometerausschläge pro 1 Min.
13,5	52,3 Skt.
12	52,4 "
11	49,0 "
10	49,4 "
9	49,4 "
8	45,2 "
7	46,4 "
6	48,6 "
5	41,6 "
4	37,6 "
3	30,2 "
2	21,1 "
1,3	14,0 "

Tabelle V.

Strahlänge im Kondensator = 10 cm.

Kondensatorspannung	Ausschlag pro 1 Min.
0 Volt	0,2 Skt.
- 4 "	1,6 "
- 10 "	12,9 "
- 20 "	21,0 "
- 40 "	34,2 "
- 60 "	41,2 "
- 80 "	47,5 "
- 100 "	56,4 "
+ 100 Volt	2,7 Skt. (in der anderen Richtung)

Dieses Resultat kann aber nicht als sehr geringe Beweglichkeit der beim Zusammenfließen der Tropfen erzeugten Träger gedeutet werden. Viel eher besagt dies, daß beim Zusammenfließen von Tropfen in der Luft Träger gebildet

1) Bei diesen und den folgenden Versuchen war die Elektrometerempfindlichkeit 1000 Skt./Volt.

werden, die sich zum größten Teile sofort mit dem entgegengesetzt geladenen Tropfen vereinigen, so daß nur ein kleiner Bruchteil an die mit dem Elektrometer verbundene Platte gelangen kann. Ist diese Erklärung richtig, so muß eine negative Aufladung des Strahles den Effekt stark vergrößern. Ein direkter Versuch bestätigte dies.

Um die Tropfen negativ aufzuladen, wurde das Schutzrohr D enterdet und positiv geladen. Wegen der Tropfkollektorwirkung laden sich die Tropfen negativ auf und die gebildeten Träger können jetzt nicht mehr ans Wasser heran. Die Beobachtungen ergaben folgendes:

Tabelle VI.
Kondensatorspannung = - 100 Volt.

Schutzrohrspannung	Ausschlag pro 1 Min.
0 Volt	47,6 Skt.
+ 2 "	65,2 "
+ 4 "	93,0 "
+ 6 "	101,5 "
+ 10 "	119,0 "
+ 20 "	119,8 "
+ 40 "	116,5 "
+ 60 "	121,2 "
- 4 Volt	28,3 Skt.

Aus der Tabelle ersieht man, daß auch eine kleine positive Spannung des Schutzrohres den beobachteten Effekt stark vergrößert, und schon bei + 4 Volt Schutzrohrspannung ist er fast auf das Doppelte gewachsen. Der Effekt steigt bis zu 20 Volt, um dann konstant zu bleiben. Lädt man aber das Wasser positiv, indem man dem Schutzrohr eine negative Spannung gibt, so sinkt der Effekt stark und bei - 4 Volt am Schutzrohr ist der Effekt auf die Hälfte gesunken.

Berechnet man die Elektrizitätsmenge im absoluten Maße (Kapazität = 85 cm), so ergibt sich für den maximalen Ausschlag von 121 Skt./Min. die Elektrizitätsmenge $11,4 \times 10^{-12}$ Coulomb/Min. Daraus folgt, daß sich beim Abfließen von 1 ccm Wasser durch das Zusammenfließen von Tropfen im Strahle $2,7 \times 10^{-12}$ Coulomb bilden.

7. Elektrisierung beim Auffallen des Strahles auf ein festes Hindernis.

Wegen den Komplikationen, welche von den Bläschen beim Auffallen des Strahles auf Wasser kommen, bin ich übergegangen zur Messung des Effektes beim Auffallen des Strahles auf einen festen gut benetzten Körper.

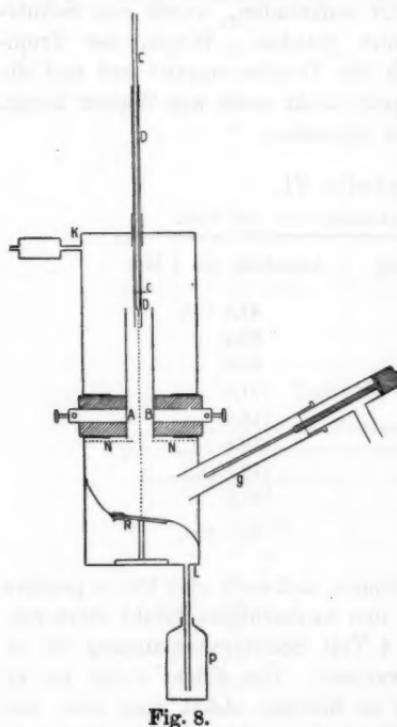


Fig. 8.

Der Strahl floß durch die Öffnung des Rohres *C* (Fig. 8), welche wie im vorigen Abschnitt erwähnt ist, geschützt war. Sie befand sich zwischen den Kondensatorplatten *A B* von 10 cm Länge, welche in einer Entfernung von 2 cm voneinander aufgestellt wurden. Das Netz *N* mit einem zentralen Loch von 1,2 cm Durchmesser schützte den unteren Teil des Kastens vom elektrischen Felde. Auf den Boden des Kastens war eine um 10° geneigte Glassplatte *R* aufgestellt, welche mit Pergamentpapier bedeckt war. Der Strahl fiel auf das Papier, floß dann auf den Boden des Kastens und durch das Rohr *L* in das Gefäß *P*.

Das Papier benetzt sich sehr gut mit Wasser und in der dünnen Wasserschicht auf dem Papier bildeten sich gar keine Bläschen. Die beim Auffallen des Strahles elektrisierte Luft wurde in den Kondensator *g* gesaugt, welcher ganz ebenso gebaut war, wie er in Fig. 1 gezeichnet ist.

Das Wasser im Ausflußgefäß, das Schutzrohr *D*, der Kasten *K L*, die Platte *A* des Kondensators *A B*, die äußere Belegung des Kondensators *g* und das Pergamentpapier, auf

welches der Strahl auffiel, waren leitend miteinander verbunden und durch eine Batterie geladen. Die zweite Platte *B* des Kondensators *AB* konnte geerdet oder auf dieselbe Spannung gebracht werden. War die Platte *B* geerdet, so wurden alle Träger, welche durch das Zusammenfließen der Tropfen im Strahle gebildet waren, abgefangen und in den Kondensator *g* gelangen nur diejenigen Träger, welche beim Auffallen des Wassers auf Papier gebildet wurden. Die Strahlänge im Kondensator *AB* war gleich 7 cm. Wie früher gezeigt war, genügt diese Länge, um so gut wie die ganze Ladung, welche durch das Zusammenfließen der Tropfen verursacht wird, im Plattenkondensator abzufangen.

Die Strahlänge von der Zerfallsstelle bis zum Papier betrug 12 cm. Für diese Entfernung war auch die Tropfengröße bestimmt.

Es wurden Versuche gemacht um diejenige Spannung festzustellen, welche für den Sättigungsstrom im Kondensator *g* genügt. Dabei wurden die Messungen sowohl bei geladenem Kondensator *AB*, als auch ohne Feld zwischen den Platten gemacht.

Tabelle VII.

Ausflußmenge des Wassers = 3,39 ccm/Min. Ausflußgeschwindigkeit
= 425 cm/Sek.

Spannung auf dem Kondensator <i>G</i>	Elektrometerausschlag pro 1 Min.		Diff.
	beim geladenen Plattenkondensator ¹⁾	beim ungeladenen Plattenkondensator	
- 100 Volt	41,2	44,4	- 3,2
- 80 "	38,8	45,4	- 6,6
- 60 "	37,5	43,5	- 6,0
- 40 "	37,4	42,4	- 5,0
- 20 "	36,8	43,8	- 7,0
- 10 "	37,6	40,9	- 8,3
- 8 "	31,5	34,4	- 2,9
- 6 "	29,2	32,5	- 3,3
- 4 "	28,2	28,5	- 0,3
- 2 "	23,0	23,5	- 0,5
0	1,0		

1) Die Plattenkondensatorspannung ist immer der des Kondensators *g* gleich.

Aus der Tabelle ist zu ersehen, daß schon bei 20 Volt die Sättigung erreicht ist.

Im folgenden habe ich die Elektrizitätsmenge gemessen, welche sich beim Auffallen kleiner Tropfen zweier verschiedener Größen entwickelt.

Die Resultate sind in folgender Tabelle dargestellt:

Tabelle VIII.

Ausflußgeschwindigkeit cm/Sek.	Ausflußmenge des Wassers ccm/Min.	Mittleres Gewicht der Tropfen mg	Mittl. Durchmesser der Tropfen mm	Elektrizitätsmenge pro 1 ccm des Wassers 10^{-12} Coulomb
425	3,39	0,114	0,60	0,92
418	0,99	0,033	0,40	1,33

In seiner Arbeit „Über die Elektrizität der Wasserfälle“ gibt Hr. Lenard eine Tabelle (p. 611), aus welcher man den Effekt pro 1 ccm des Wassers berechnen kann, welcher sich beim Auffallen von Tropfen vom Durchmesser von 2—5,38 mm entwickelt. Diese Berechnung gab folgende Resultate:

Tabelle IX.

Tropfengewicht mg	Tropfendurchmesser mm	Auffallgeschwindigkeit der Tropfen cm/Sek.	Elektrizitätsmenge pro 1 ccm des Wassers 10^{-12} Coulomb
6,9	2,36	420	3,9
18,2	3,26	420	8,2
43,9	4,40	420	5,9
81,4	5,38	420	3,4

Der Vergleich der Tab. VIII u. IX zeigt, daß die Elektrisierung pro 1 ccm des Wassers beim Auffallen von Tropfen, deren Gewicht zwischen 81,4—0,033 mg variiert, von derselben Größenordnung ist.

Die kleineren Zahlen, welche ich gefunden habe, können nicht als wesentlich verschieden von den anderen betrachtet werden: ein zureichender Grund für die vorhandenen Unterschiede ist der, daß die Geschwindigkeit der Tropfen in dünnen

Strahlen, wie die Untersuchungen gezeigt haben, kleiner ist, als die des Strahles; folglich beziehen sich die in der Tab. VIII angegebenen Zahlen nicht auf eine Auffallgeschwindigkeit von 420 cm/Sek., sondern auf eine kleinere.

Jedenfalls kann man aus den erhaltenen Resultaten schließen, daß Verkleinerung des Tropfendurchmessers keine so starke Vergrößerung der Elektrisierung pro Gewichtseinheit der Flüssigkeit bedingt, wie es beim Durchsprudeln von Gasbläschen pro Gasvolumeneinheit der Fall ist.¹⁾ Diese Verschiedenheit kann folgendermaßen gedeutet werden: Das Gas in Bläschen steht unter einem Druck, welcher gleich $4\alpha/d$ ist, wo α die Oberflächenspannung der Flüssigkeit und d der Durchmesser des Bläschens ist. Der Druck, unter dem das Gas beim Zerplatzen des Bläschens ausströmt und daher auch die anfängliche Ausflußgeschwindigkeit ist also desto größer, je kleiner das Bläschen war. Nehmen wir an, daß α für Wasser gleich 0,07 g/cm ist, so steht die Luft in Bläschen vom Durchmesser 0,1 mm unter dem Drucke von 28 g/qcm, und die Ausströmungsgeschwindigkeit der Luft ist daher größer als 60 m/Sek. Natürlich gilt diese Geschwindigkeit nur im Moment des Platzens, aber für die Elektrisierung spielt gerade dieser

1) Wie bedeutend der Effekt pro Gasvolumeneinheit ansteigt bei beträchtlicher Verkleinerung des Durchmessers der durch die Flüssigkeit durchperlenden Gasbläschen, kann aus den Versuchen von H. Kösters (Ann. d. Phys. u. Chemie 69. 1899) erschen werden. Nach H. Kösters ist die Elektrisierung des bei der Elektrolyse aus der Flüssigkeit austretenden Gases zwar ihrem Wesen nach identisch mit der beim Durchsprudeln erhaltenen, jedoch übertrifft sie, auf die Gasvolumeneinheit bezogen, die im ersten Fall erhaltenen Werte der Elektrisierung die letzteren um das Tausendfache. Diese großen Elektrisierungswerte bei dem elektrolytisch erzeugten Gas werden von H. Kösters der (durch die äußerst geringe Größe bedingten) sehr bedeutenden spezifischen Oberfläche der Gasbläschen zugeschrieben, sowie auch der Gegenwart von Flüssigkeitsstaub. Nach Versuchen, welche ich angestellt habe, genügt bereits der Austritt von feinen Gasbläschen selbst bei Abwesenheit von Flüssigkeitsstaub, um eine äußerst bedeutende Elektrisierung hervorzurufen. Die Gasbläschen stiegen in meinen Versuchen aus durch Luftgehalt milchig getrübten Wasser auf, welches aus der hiesigen städtischen Wasserleitung stammte; die Elektrisierung wurde an der von der Wasseroberfläche abgesaugten Luft gemessen und überraschend groß gefunden (500 Skt. in 30 Sek. bei einer Elektrometerempfindlichkeit von 245 Skt. pro 1 Volt).

Moment die wichtigste Rolle. Etwas Derartiges tritt beim Auf-fallen von Tropfen nicht auf, und somit ist die oben erwähnte Verschiedenheit des Einflusses der Verkleinerung der Blasen- und Tropfengröße verständlich.

Aus dem Umstand, daß die beim Fall äußerst kleiner Tröpfchen pro Volumeinheit und bei gleicher Geschwindigkeit sich ergebende Elektrisierung von derselben Größenordnung ist, wie die beim Fall bedeutend größerer Tropfen erhaltene, kann keineswegs auf eine vollständige Unabhängigkeit des Effektes von der Tropfengröße geschlossen werden. Zweifellos wird die beim Fall von Wasser auftretende Elektrisierung durch das Verschwinden von Flüssigkeitsoberfläche bedingt. Demgemäß ist eine Zunahme des Effektes pro Volumeinheit mit Verminderung des Tropfendurchmessers zu erwarten. Andererseits aber wird diese Elektrisierung auch von der (mit der Tropfengröße zunehmenden) Energie des Stoßes der Tropfen gegen das Hindernis abhängig sein: damit die beim Auftreffen der Tropfen erzeugten Träger nicht sofort vom Wasser adsorbiert werden, muß ja die Luftsicht zwischen auftreffenden Tropfen und Hindernis mit bedeutender Geschwindigkeit hinausgedrängt werden. Hiernach läßt sich kein einfacher Zusammenhang zwischen Tropfengröße und Elektrisierungsstärke erwarten.

8. Die Unzulänglichkeit der Elektrisierung beim Zusammenfließen von Tropfen für die Erklärung der Regenladung.

Der Umstand, daß die Verkleinerung der Tropfen nicht mit sehr starker Vergrößerung des Effektes beim Zusammenfließen verbunden ist, zeigt, daß die Elektrisierung beim Zusammenfließen der Nebelteilchen in der Atmosphäre keine große Wirkung auf das elektrische Verhalten der Niederschläge haben kann. Wie aus der Arbeit von Hrn. Lenard „Über Regen“ zu ersehen ist, haben die Tropfen, deren Durchmesser nicht größer als 0,5 mm ist, eine Endgeschwindigkeit kleiner als 400 cm/Sek.; folglich kann die Zusammenstoßgeschwindigkeit solcher Tropfen 400 cm/Sek. nicht übersteigen. Unter solchen Umständen aber wird die Elektrizitätsmenge pro 1 g

Wasser von der Größenordnung 10^{-12} Coulomb sein. Dagegen gibt z. B. Hr. Schindelhauer¹⁾ aus seinen dreijährigen Beobachtungen für die mittlere Ladung pro 1 ccm Wasser beim Landregen die Größe 0,4 E.S.E., d. h. $1,3 \times 10^{-9}$ Coulomb.

Es ist aber möglich, daß das elektrische Feld, welches in der Wolke zuweilen sehr groß sein kann, den Effekt beim Zusammenfließen der Tropfen stark vergrößern kann. Diese Wirkung der elektrischen Kräfte war im Abschnitt 6 erörtert. Leider sind aber die Untersuchungen über diese Wirkung des elektrischen Feldes bis jetzt nicht weit genug durchgeführt, um irgendwelche Schlüsse ziehen zu können.

9. Zusammenfassung.

1. Beim Auffallen dünner Strahlen auf ruhendes Wasser bildet sich eine Menge von sehr kleinen Luftblaschen, welche den beobachteten Effekt der Elektrisierung stark vergrößern. Diese Erscheinung erklärt die beobachtete Abhängigkeit des Effektes von der Länge des Strahles.

2. Die Struktur feiner Strahlen ist äußerst kompliziert. Die Tropfen reißen vom unzerfallenen Teil des Strahles mit verschiedenen Geschwindigkeiten ab. Im Anfang findet ein Zusammenfließen von Tropfen statt; im weiteren Verlauf des Strahles werden die Tropfen gegenseitig reflektiert, was die Zerstreuung des Strahles zur Folge hat.

3. Das Zusammenfließen der Tropfen im oberen Teil eines feinen Strahles verursacht eine merkliche Aufladung der umgebenden Luft. Ein elektrisches Feld hat einen großen Einfluß auf die Ladung beim Zusammenfließen von Tropfen.

4. Kleinere Tropfen geben keine so stark vergrößerte Elektrisierung pro 1 ccm des Wassers, wie dies bei kleinen Gasblaschen eines durchsprudelnden Gases der Fall ist.

5. Die Elektrisierung beim Zusammenfließen von Nebeltropfen bei der Regenbildung kann das elektrische Verhalten

1) F. Schindelhauer, Über die Elektrizität der Niederschläge. Veröffentl. d. Kgl. Preuß. Meteorol. Inst. 4. Nr. 263. 1914.

des Regens nicht erklären, wenn dieses Zusammenfließen nicht in einem starken elektrischen Felde stattfindet.

Zum Schluß halte ich es für meine angenehme Pflicht, Hrn. Geheimrat Prof. Dr. Lenard für die Anregung und fortwährende Unterstützung, sowie Hrn. Privatdozent Dr. Ramsauer für die im Verlauf der Arbeit erteilten Ratschläge meinen tiefgefühlten Dank auszusprechen.

Heidelberg, Radiologisches Institut, 27. Juli 1914.

(Eingegangen 31. Juli 1914.)

4. *Zur lichtelektrischen Photometrie der Phosphoreszenzerscheinungen;*
von A. Pospelow.

Bei allen photometrischen Arbeiten bringt die subjektive Beobachtung Fehlerquellen mit sich, in besonders hohem Maße beim Photometrieren von Phosphoreszenzerscheinungen, wo die Grenze der Empfindlichkeit des Auges oft erreicht wird. Objektive Methoden sind gerade hier vorzuziehen, von denen die photographische und die lichtelektrische in Betracht kommen. Die erste Methode ist aber nur in beschränktem Maße bei den Phosphoreszenzerscheinungen verwendbar, da diese oft mit der Zeit schnell veränderlich sind und sehr schwache Intensitäten zeigen. Die lichtelektrische Methode leistet dagegen in diesen Fällen gute Dienste.

Die lichtelektrische Photometrie wurde von Elster und Geitel begründet.¹⁾ Sie haben nicht nur das Prinzip dieser Methode ausgearbeitet, sondern auch Photozellen, die sich durch Empfindlichkeit und Zuverlässigkeit auszeichnen, eingeführt. Von Arbeiten, bei denen diese Methode zugrunde gelegt wurde, sei z. B. hingewiesen auf die von Guthnick²⁾, der die veränderliche Lichtintensität von Doppelsternen (β -Cephei) untersucht hat.

Auf die Verwendbarkeit der lichtelektrischen Methode bei Phosphoreszenzerscheinungen wurde zuerst von Elster und Geitel selbst hingewiesen. Lenard³⁾ hat diese Methode bei der Untersuchung des Abklingens der künstlichen Phosphore, besonders in den späteren Stadien dieses Prozesses verwendet.

1) J. Elster u. H. Geitel, *Phys. Zeitschr.* 11. p. 257. 1910; *Phys. Zeitschr.* 14. 741. 1913.

2) P. Guthnick, *Astron. Nachr.* 196. Nr. 4701. 1913.

3) P. Lenard, *Heidelberg. Berichte, Abh.* 5. 1912.

Die ersten Stadien des Abklingens des Phosphoreszenzlichtes bei Phosphoren wurden bis jetzt nur wenig untersucht. Doch gerade sie bieten ein großes Interesse, da sie dazu beitragen, unsere Vorstellung von der Konstitution der phosphoreszenzfähigen Komplexe zu vervollständigen; allerdings scheint das Abklingungsgesetz für die ersten Zeiten des Nachleuchtens besonders kompliziert zu sein.

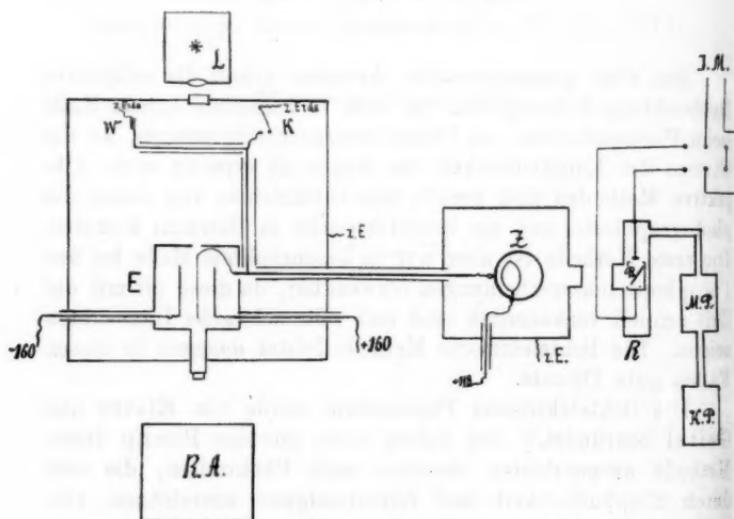


Fig. 1.

In der vorliegenden Arbeit wird eine Methode¹⁾ angegeben, die die Untersuchung gerade dieses ersten Stadiums (das länger anhält, als daß es mit dem Phosphoroskop gemessen werden kann) der phosphoreszierenden Körper gestattet. Da für die Kenntnis des inneren Baues dieser Körper die Energieinhaltsbestimmung eine große Bedeutung hat, so habe ich diese für einige Substanzen nach der Methode von P. Lenard²⁾, die ich jedoch in einigen Punkten abänderte, ausgeführt. In dem

1) Vgl. Erlang. Berichte d. phys.-mediz. Soc. 45. 1913.

2) P. Lenard u. W. Hausser, Heidelb. Berichte, Abh. 19. 1913.

Schlußkapitel sind einige theoretische Betrachtungen über die Phosphoreszenz gegeben.¹⁾

Versuchsanordnung.

Die Phosphoreszenz wurde erregt a) durch Kathodenstrahlen in Entladungsrohren, b) durch Lichtstrahlen der Quecksilberbogenlampe.

Aus Fig. 1 ist die Versuchsanordnung bei der Kathodenstrahlerregung ersichtlich. In ihr bedeutet: *R* Entladungsrohre, *M.P.* Molekularluftpumpe, *K.P.* Kapselpumpe, *J.M.* Influenzmaschine, *Ph.* phosphoreszierende Substanz, *Z* Lichtzelle, *E* Elektrometer, *L* Bogenlampe, *K* Erdkontaktvorrichtung, *W* großer Widerstand, *R.A.* Registrierapparat.

Die untersuchte Substanz wurde in Form einer dünnen Schicht (von ca. 0,1 mm Dicke) auf eine Aluminiumplatte gebracht und in die Röhre eingesetzt, und diese evakuiert. So brauchte auch bei lang ausgedehnten Versuchen ein „Verderbungsfaktor“ nicht berücksichtigt zu werden, wie ihn P. Lenard bei seinen Beobachtungen an Phosphoren, die sich in Luft befanden, einführte. Sollte der Phosphor bei tieferen Temperaturen untersucht werden, so wurde der Entladungsrohre die Gestalt von Fig. 2 gegeben. Die Röhren *A* u. *B* waren innen versilbert, so bildete sich nach dem Evakuieren eine Art von Weinholdschem Gefäß mit doppelten Wänden. Flüssige Luft wurde dann von oben in die innere Röhre *B*, die aus Quarz hergestellt war, eingebracht.

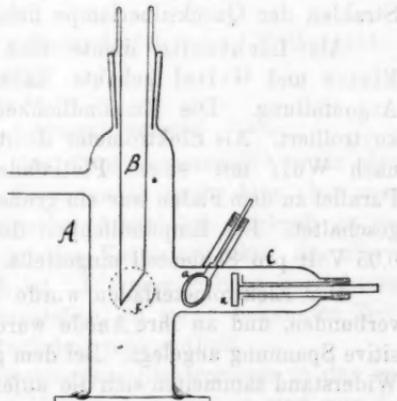


Fig. 2.

1) Bei der deutschen Redaktion der Arbeit hat mich Hr. J. Frank auf die liebenswürdigste Weise unterstützt, wofür ich ihm an dieser Stelle verbindlichst danke.

An dem unteren zu einer schießen Ebene ausgebildeten Ende der Quarzröhre *B* wurde die phosphoreszierende Substanz in zweierlei Weise befestigt. Wollte man die Substanz in nicht gar zu dünnen Schichten untersuchen, so wurde sie mit einer Spur von Gummiarabikum an der Ebene befestigt, im anderen Falle wurde die Quarzröhre von unten her in ein Gefäß gesteckt, das die phosphoreszierende Substanz in einer Emulsion von Benzol enthielt. Infolge der eigenen Schwere setzte sich der Phosphor auf das etwas rauh gemachte Ende der Röhre *B* ab. An die Röhre *A* war seitlich eine Röhre *C* in gleicher Höhe mit dem Ende von *B* zur Erzeugung der Kathodenstrahlen angesetzt. Unter einem Winkel von 90° war in *A* ein Quarzfenster *F* zur Beobachtung des Phosphoreszenzlichtes eingesetzt. Bei der Bestrahlung durch die Quecksilberlampe wurde die Röhre in der Weise abgeändert, daß an Stelle von *C* ein zweites Quarzfenster angebracht war, durch das die Strahlen der Quecksilberlampe fielen.

Als Lichtzelle diente eine nach Vorschriften¹⁾ von Elster und Geitel gebaute Kaliumzelle aus Uviolglas mit Argonfüllung. Die Empfindlichkeit der Zelle wurde öfters kontrolliert. Als Elektrometer diente ein Einfadenelektrometer nach Wulf mit einem Platinfaden von 3μ Durchmesser. Parallel zu dem Faden war ein großer Widerstand $= 0,9 \cdot 10^{11} \Omega$ geschaltet. Die Empfindlichkeit des Elektrometers wurde auf 0,05 Volt pro Skalenteil eingestellt.

Der Elektrometerfaden wurde mit der Kathode der Zelle verbunden, und an ihre Anode wurde die beschleunigende positive Spannung angelegt. Bei dem großen parallel geschalteten Widerstand sammelten sich die aufeinanderfolgenden Ladungen (herrührend von einer zeitlich veränderlichen Lichtemission z. B. einer phosphoreszierenden Substanz) auf dem Faden; an dem Elektrometer wird dann ein ansteigender Ausschlag beobachtet, wobei die Geschwindigkeit des Ansteigens die zeitlichen Veränderungen der untersuchten Lichtemission liefert. Die in Fig. 3 abgebildete Vorrichtung gestattet den Elektrometergang in immer gleichen Zeitintervallen jedesmal von der

1) Zuerst bezog ich die Zellen von der Firma Günther & Tegetmeyer in Braunschweig, später stellte ich sie selbst her.

Nullage aus zu beobachten. An dem Hammer eines Metronoms war ein Hebel *K* angelötet, an dem ein rechtwinklig abgebogener Platinstift *m* befestigt war. Mit *m* schlägt der Hebel genau nach jeder sechsten Schwingung des Metronompendels nach unten in ein Quecksilberhäufchen *C* und stellt einen Kontakt zwischen den gerdeten Metallteilen des Metronoms und dem Elektrometerfaden her. Das verschiebbare Gewicht am Metronom gestattet die Zeitintervalle zwischen zwei aufeinanderfolgenden Erdkontakten von 1—6 Sekunden zu ändern.

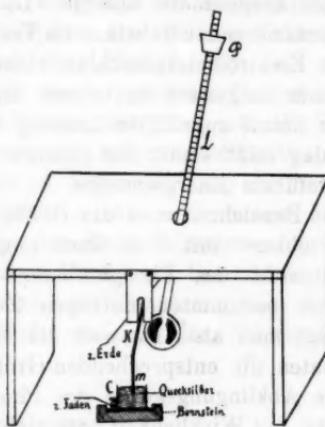


Fig. 8.

Registrierung des Phosphoreszenzlichtes.

Um die Intensitäten des Phosphoreszenzlichtes in den ersten Sekunden nach der Erregung zu beobachten, hat man die Zeit und die entsprechenden Ausschläge zugleich zu registrieren, was bei der schnellen Veränderlichkeit des Phosphoreszenzlichtes unmöglich ist. Die beschriebene Vorrichtung aber gestattet die Zeit festzustellen, da sie in bekannten Zeitintervallen den Elektrometerfaden ganz entlädt.

Dadurch geht der Ausschlag am Elektrometer in der bekannten Periode immer auf Null zurück, und es sind nur die maximalen Ausschläge in ihrer Reihenfolge festzustellen. Dies geschieht mittels eines photographisch registrierenden Apparates. Auf dem Registrierband erhält man eine Reihe von aufeinanderfolgenden Kurven (wie z. B. Fig. 9 u. 10), die mehr oder weniger langsam ansteigen und plötzlich abfallen. Das Maximum einer jeden Kurve, d. h. der maximale Ausschlag des Elektrometerfadens gibt ein Maß für die von dem leuchtenden Körper, und zwar für die während der Zeit *Z* zwischen dem Aufheben des Erdkontaktes und dem nachfolgenden An-

legen ausgesandte Energie. Da diese Energie bei einer phosphoreszierenden Substanz im Verlauf der Zeit abnimmt, so steigt der Elektrometerausschlag nicht gleichmäßig schnell, sondern immer langsamer an; durch die Erdung wird die gesamte in der Zeit Z zugeführte Ladung abgeleitet. Der maximale Ausschlag mißt somit die gesamte während Z dem Elektrometer zugeführte Energiemenge.

Bezeichnet man die Größe des maximalen Elektrometerausschlag mit E , so kann angenähert $E_m = E/Z$ als Maß der Intensität des Phosphoreszenz- bzw. Fluoreszenzlichtes für einen bestimmten mittleren Zeitmoment angesehen werden. Trägt man als Abszissen die Mittelwerte der Zeiten, als Ordinaten die entsprechenden Größen $E_m = J$ auf, so erhält man eine Abklingungskurve des Phosphoreszenzlichtes, die um so mehr der Wirklichkeit entspricht, je kleiner die Zeitintervalle Z genommen werden.

Vorversuche.

Da der Verlauf des Abklingens des Phosphoreszenzlichtes von verschiedenen Faktoren abhängt, so mußten einige Vorversuche angestellt werden, um diese klar zu stellen.

Zuerst wurde untersucht, wie lange durch die benutzten Kathodenstrahlen bzw. durch die Strahlen der Quecksilberlampe der Phosphor erregt werden mußte, damit er seine maximale Emission nach der Bestrahlung zeigte. Eine drei Minuten überschreitende Erregung durch Kathodenstrahlen führte keine weitere nennenswerte Energieaufspeicherung in dem Phosphor herbei, wie schon früher berichtet wurde.¹⁾ Die gleiche Zeit genügte auch bei der Erregung durch die Quecksilberlampe vollständig.

Untersucht wurde ferner der Einfluß der Schichtdicke des Phosphors. Dabei zeigte sich (wenigstens bei der Photolumineszenz), daß zunächst Schichten mit wachsender Dicke steigende Energiemengen unter gleichen Verhältnissen aufnehmen. Von 0,1 mm Dicke ab war dagegen ein weiterer Zuwachs an Energieaufnahme nicht mehr wahrnehmbar. Es

1) Vgl. A. Pospielow, Über eine lichtelektrische Methode usw. Ber. d. phys.-mediz. Soz. Erlangen 45. 1913.

wurden deshalb Schichten nicht unter 0,1 mm Dicke benutzt. Auch die Vorgeschichte des Phosphors war auf das Abklingen des Phosphoreszenzlichtes nicht ohne Einfluß. War die vom Phosphor aufgenommene Energie vor der nächsten Bestrahlung nicht verbraucht, so zeigte der Körper nicht das normale Verhalten. Der Phosphor konnte in den ursprünglichen Zustand zurückgeführt werden, indem er ca. 4 Minuten lang mit intensivem dunkelrotem Licht bestrahlt wurde, oder besser noch indem er erwärmt wurde. Bei der Kathodolumineszenz war auch ein Einfluß des Alters eines Phosphors bemerkbar; die Substanzen hatten nach wochenlanger Benutzung bis zu $\frac{2}{3}$ ihrer früheren Intensität eingebüßt, was mit einer Schwärzung des Phosphors verbunden war.

Beobachtungen.

Untersucht wurde eine Anzahl der von P. Lenard angegebenen Phosphore¹⁾, die von der Firma Leppin & Masche²⁾ bezogen waren. Das Abklingen des Phosphoreszenzlichtes wurde bei Zimmer-Temperatur und bei der der flüssigen Luft untersucht.

Die nachstehenden Abklingungskurven beziehen sich auf die maximale Erregung.

I. CaBiNa.

Das Emissionsspektrum von CaBiNa besteht aus drei Banden: $\alpha = 445 \mu\mu$; $\beta = 520 \mu\mu$; $\gamma = 380 \mu\mu$; die α -Bande war stets vorhanden. Die grüne Bande β zeigte sich erst, wenn man den mit Licht behandelten Phosphor bis zu hohen Temperaturen erhielt; bei der Kathodenerregung aber war sie nur bei sehr tiefen Drucken in der Entladungsrohre und nur während der Erregung³⁾ sichtbar.

Die beobachtete Abklingungskurve im Falle der Kathodo-

1) P. Lenard u. V. Klatt, Ann. d. Phys. 15. p. 225. 1904; P. Lenard, Ann. d. Phys. 31. p. 641. 1910.

2) Es wird angenommen, daß diese Phosphore mit dem normalen Metallgehalt hergestellt wurden.

3) Vgl. W. E. Pauli, Ann. d. Phys. 34. p. 768. 1911; P. Lenard, Verh. d. nat. Ver. Heid. 12. 1909.

lumineszenz gibt Fig. 4 unter a.¹⁾ Die erhaltene Kurve läßt sich nicht durch *eine* Exponentialfunktion der Zeit theoretisch ausdrücken, sondern nur durch die Superposition von mehreren

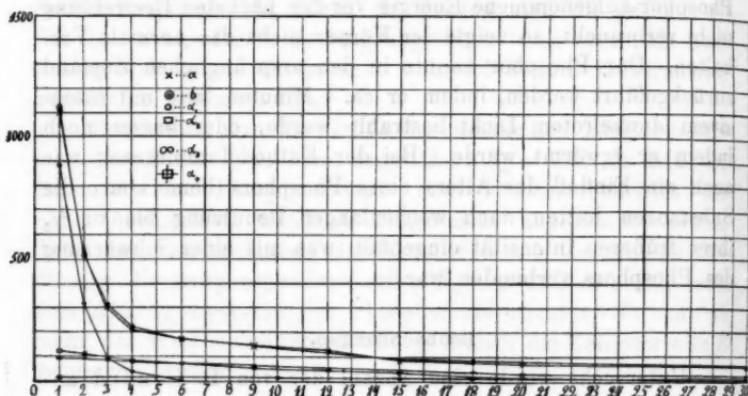


Fig. 4.

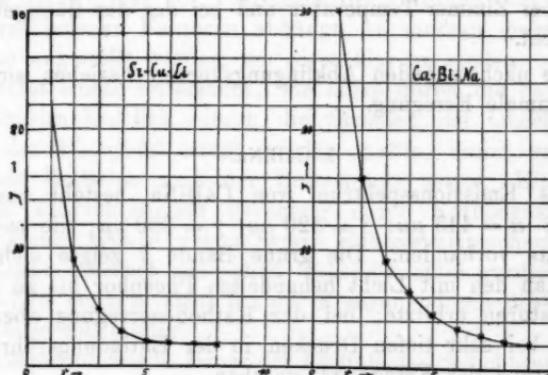


Fig. 5.

Exponentialfunktionen, ein Verfahren, auf das schon E. Becquerel²⁾ hingewiesen hat. Hier genügen 4 Exponentialfunktionen:

1) Die Intensitäten sind hier zehnmal so groß genommen als in der Wirklichkeit, um die kleinen Werte in den späteren Stadien eintragen zu können.

2) E. Becquerel, *La Lumière* I. p. 287.

$$(1) \quad J = 2385 e^{-t} + 130 e^{-\frac{t}{10}} + 100 e^{-\frac{t}{20}} + 25 e^{-\frac{t}{300}}.$$

In Fig. 4 sind die einzelnen Exponentialkurven durch α_1 , α_2 , α_3 , α_4 angegeben; die Kurve b gibt die aus der Superposition entstandene theoretische Kurve.

Die Photolumineszenz dieses Phosphors ist viel weniger intensiv als die Kathodolumineszenz (wenigstens in den ersten Sekunden). Unter den obwaltenden Bedingungen¹⁾ betrug die Anfangsintensität des Nachleuchtens bei der Photolumineszenz nur etwa $\frac{1}{3}$ derjenigen bei der Kathodolumineszenz. Die erhaltene Abklingungskurve für die ersten 9 Sekunden gibt Fig. 5. Die Intensität des Phosphoreszenzlichtes während dieser Zeit lässt sich durch folgende Funktion der Zeit ausdrücken:

$$(2) \quad J = 25 e^{-t} + 33 e^{-\frac{5}{10}t} + 2 e^{-\frac{t}{100}}.$$

Eine Abkühlung des Phosphors (bis -180°C) änderte den Abklingungsverlauf fast gar nicht: das Abklingen erfolgte auch in diesem Falle zunächst sehr schnell.

II. CaCuLi

Ca Cu Li besitzt drei Emissionsbanden²⁾: $\gamma = 620 \mu\mu$; $\alpha = 515 \mu\mu$; $\beta = 425 \mu\mu$. Die vorherrschende bei gewöhnlicher Temperatur war die α -Bande. Die γ -Bande wirkte auf die Lichtzelle überhaupt nicht.³⁾ Die blaue β -Bande trat 'vor allem bei tieferen Temperaturen auf.

Die beobachtete Abklingungskurve für die ersten 15 Sekunden bei der Kathodolumineszenz gibt Fig. 6. Die Kurven α_1 , α_2 , α_3 sind die einzelnen Glieder einer Summe von Exponentialfunktionen, durch die sich ungefähr die Intensität des Nachleuchtens von Ca Cu Li ausdrücken lässt. Also:

$$(3) \quad J = 107 e^{-t} + 120 e^{-\frac{8}{10}t} + 30 e^{-\frac{t}{300}}.$$

1) Gesamte Strahlung der Quecksilberlampe bei 4 Amp. auf 26 cm Entfernung vom Phosphor.

2) P. Lenard u. V. Klatt, Ann. d. Phys. 15. p. 253. 1904.

3) Wegen des selektiven lichtelektrischen Effektes von Kalium $\lambda_m = 440 \mu\mu$ vgl. R. Pohl u. E. Pringsheim, Verh. d. D. Phys. Ges. 12. p. 215. 1910.

Die nach dieser Formel gezeichnete Kurve ist in Fig. 6 mit „ber.“ bezeichnet.

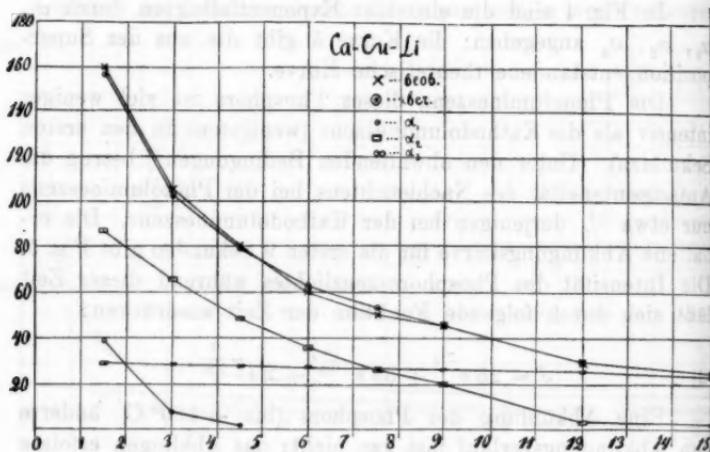


Fig. 6.

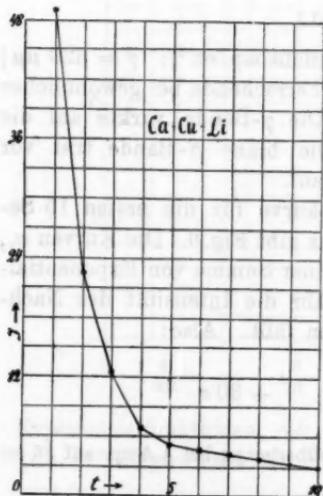


Fig. 7.

Phosphors bei der Kathodolumineszenz und bei Zimmer-

Die Abklingungskurve des Phosphors bei der Photolumineszenz gibt Fig. 7. Der entsprechende analytische Ausdruck lautet:

$$(4) \quad J = 110 e^{-t} + 8,5 e^{-\frac{t}{10}}$$

III. SrCuLi.

Von den zwei Emissionsbanden dieses Phosphors $\alpha = 535 \mu\mu$ und $\beta = 465 \mu\mu$ ist vorherrschend die Bande α . Bei niedrigen Temperaturen ist sie überhaupt allein vorhanden.

Die Abklingungskurve der gesamten Strahlung dieses Phosphors bei der Kathodolumineszenz und bei Zimmer-

temperatur gibt Fig. 8 unter a. Der entsprechende analytische Ausdruck für den Fall lautet:

$$(5) \quad J = 100 e^{-t} + 25 e^{-\frac{t}{3}} + 40 e^{-\frac{t}{5}} + 90 e^{-\frac{t}{25}}$$

Die einzelnen Glieder dieses Ausdruckes sind in Fig. 8 unter $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ graphisch aufgezeichnet. Aus der Superposition dieser Kurven entsteht die Kurve b.

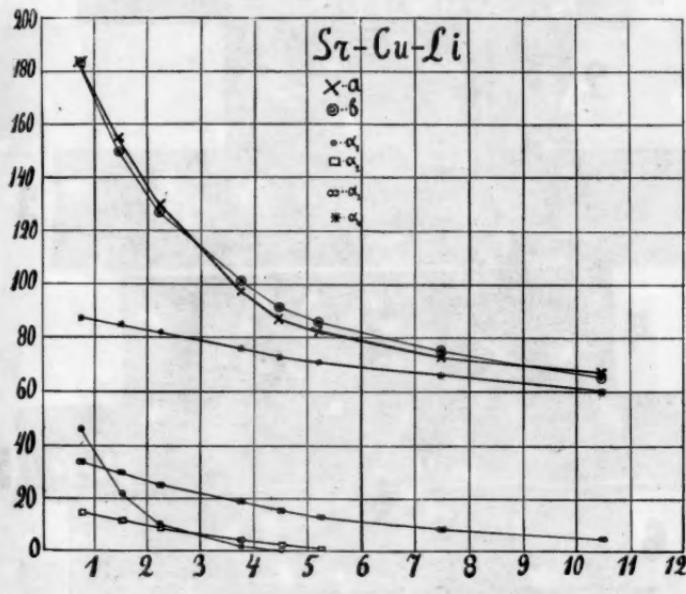


Fig. 8.

Die Abklingungskurve desselben Phosphors im Falle der Photolumineszenz gibt Fig. 5 (SrCuLi).

Die Kurve lässt sich durch die Formel

$$(6) \quad J = 50 e^{-t} + 5 e^{-\frac{5}{10}t} + 2 e^{-\frac{t}{100}}$$

ausdrücken.

Figg. 9 und 10 geben einige Reproduktionen der photographischen Aufnahmen. Von CaBiNa sind die Kurven 1 und 3 bei Zimmertemperatur, 2 bei -180°C . aufgenommen, von CaCuLi 4, 6, 7 bei Zimmertemperatur, 5 bei -180°C ;

von SrCuLi_8 und 9 bei Zimmertemperatur. Die Kurve 10 röhrt von dem Phosphor ZnS ; 11 und 12 von einem momentan sehr intensiv leuchtenden Phosphor Calcium-Wolframat (von Köhler in Leipzig) her.

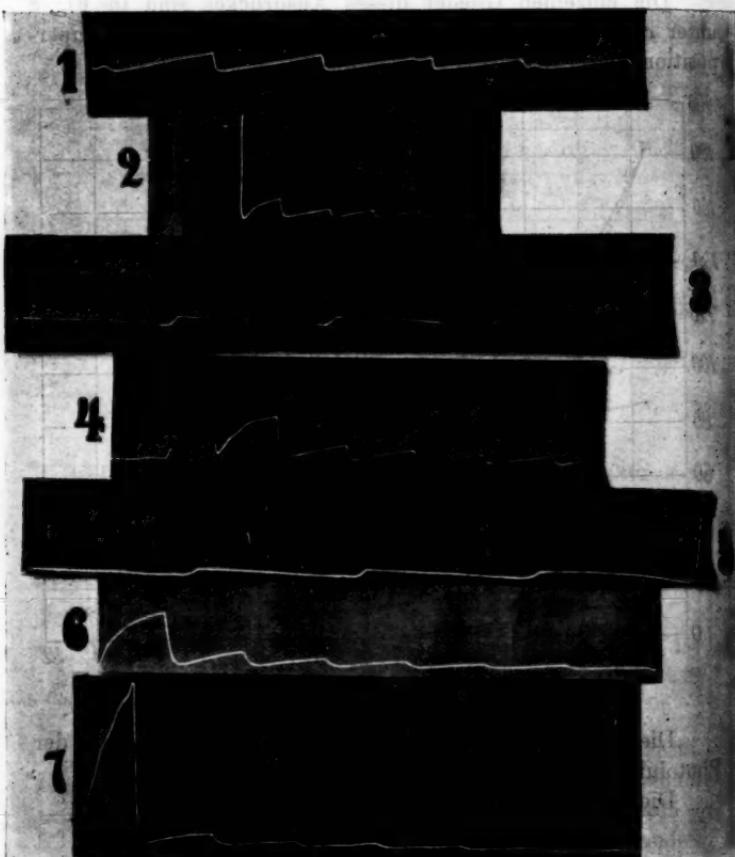


Fig. 9.

Diskussion des Beobachtungsmaterials.

Das Abklingen des Phosphoreszenzlichtes bei den Phosphoren ist in den ersten Stadien eine sehr komplizierte Erscheinung, die von einer Reihe von Faktoren, wie Metall-

gehalt¹⁾, Art und Stärke der Erregung usw. abhängt. Da manche von diesen Vorbedingungen nicht streng konstant gehalten werden können, so erhält man, trotz scheinbar gleicher Vorbedingungen, doch nicht immer identische Abklingungskurven. Die oben gezeichneten Kurven sind deshalb „mittlere“ Abklingungskurven, die aus den einzelnen Registrierkurven gewonnen sind. Voneinander weichen noch mehr die Re-

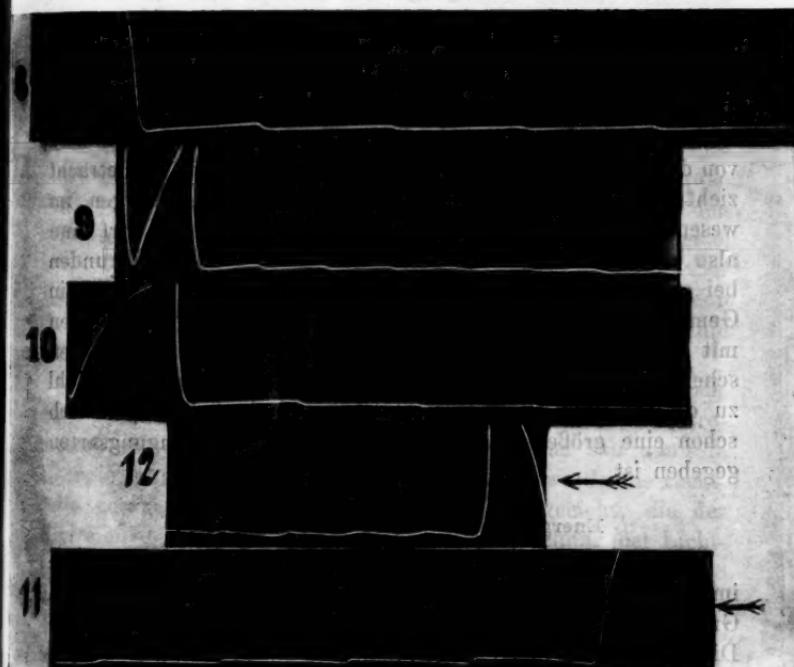


Fig. 10.

gistrierkurven ab, die bei nicht genau gleichen Vorbedingungen aufgenommen wurden. So ist oft bei kurzer Erregung die Anfangsintensität größer als bei der maximalen Erregung, klingt aber schneller ab als diese.

Der Einfluß der Erregungsart auf das Abklingen des

1) Vgl. P. Lenard u. W. Haüser, Heidelb. Ber. Abb. 12. p. 26. 1912.

Phosphoreszenzlichtes¹⁾ läßt sich dahin präzisieren: Bei der *Kathodenerregung* ist die Anfangsintensität des Phosphoreszenzlichtes viel stärker als bei der *Lichterregung*. Ferner ist das Gesetz, nach dem die Intensität abklingt, dort komplizierter als hier, d. h. um es formal auszudrücken, sind im ersten Fall eine größere Anzahl von Exponentialfunktionen zu superponieren, um den Verlauf der Erscheinungen darzustellen.

Das in allen Abklingungskurven vorkommende Glied mit e^{-t} entspricht aller Wahrscheinlichkeit nach dem „*Momentanprozeß*“²⁾, wie Lenard die schnellste Phase des Abklingens bezeichnet, die anderen Glieder möglicherweise dem sog. „*N-Prozeß*“³⁾, d. h. dem Leuchten, das von ultravioletten Strahlen erregt wird, oder auch dem „*Dauerprozeß*“⁴⁾, wenn man von den Dauerzentren die mit kürzerer Lebenszeit in Betracht zieht, weil nach 10—15 Sekunden das ganze Abklingen im wesentlichen beendet ist. Auf Grund der Versuche darf man also annehmen, daß das Abklingen in den ersten Sekunden bei getrennten Banden so erfolgt, wie wenn der Phosphor ein Gemisch mehrerer Arten von phosphoreszierenden Zentren mit verschiedener Lebensdauer wäre. Die Kathodenstrahlen scheinen Zentren mit kurzer Lebensdauer in größerer Zahl zu erregen, als die Lichtstrahlen, wodurch an und für sich schon eine größere Mannigfaltigkeit in den Abklingungsarten gegeben ist.

Energieaufspeicherung bei Phosphoren.

Die gesamte Energie, die von einem erregten Phosphor im Laufe des Abklingens emittiert wird, ist eine der wichtigsten Größen für die Kenntnis des inneren Baues der Phosphore. Die Frage über den Energieinhalt bei einem *leuchtenden* Körper wurde vom allgemeineren Standpunkt aus zuerst von E. Wiedemann⁵⁾ betrachtet. E. Becquerel⁶⁾ hat einige Messungen an schnell abklingenden phosphoreszierenden Kör-

1) E. Wiedemann u. G. C. Schmidt, Wied. Ann. 56. p. 202. 1895.

2) P. Lenard, Ann. d. Phys. 31. p. 680. 1910.

3) I. c.

4) I. c.

5) E. Wiedemann, Wied. Ann. 37. p. 213. 1889.

6) E. Becquerel, La Lumière I. p. 282.

pern angestellt, die in relativem Maße die emittierte Energie dieser Körper gegeben haben. Lenard¹⁾ hat absolute Messungen der Energieaufspeicherung bei dem Phosphor CaBiNa (für die α -Bande) angestellt.

Im folgenden wird zuerst die Methode für eine solche Bestimmung des Energieinhaltes kurz beschrieben und dann einige Anwendungen dieser Methode gegeben.

Der an einer Quarzröhre²⁾ in dünner Schicht befestigte Phosphor wurde bei der Temperatur der flüssigen Luft mit einer Quecksilberlampe maximal erregt, und seine Strahlung dann von der mit dem Elektrometer verbundenen Lichtzelle aufgenommen. Nach einem kurzen Leuchten wird der Phosphor dunkel, er muß erst erwärmt werden, ehe er weiter Licht emittiert. Die Erwärmung geschah mittels einer Platinspirale, die von oben in die Quarzröhre eingeführt und durch den elektrischen Strom erwärmt wurde. Die Erwärmung dauerte, bis die ganze aufgespeicherte Energie ausgetrieben war. Zur Kontrolle wurde die Spirale kurz zur Rotglut gebracht; wenn dabei der Phosphor nicht wieder aufleuchtete, so konnte die Heizung der Spirale unterbrochen werden.

Auf diese Weise wurde von einer gewissen Gewichtsmenge des Phosphors die „Lichtsumme“³⁾ in Skalenteilen des Elektrometers gemessen. Die gewonnene Lichtsumme soll dann in Energienheiten ausgedrückt werden. Dazu wurde die Lichtzelle gerade auf dieselben Spektralbereiche geeicht, die der Emission der Phosphore entsprechen. Die Eichung der Lichtzelle wurde für ziemlich enge Spektralbereiche in der Nähe von $515 \mu\mu$ (α -Bande CaCuLi) und $540 \mu\mu$ (α -Bande CaPbK) mit dem Lichte einer Glühlampe, das durch bestimmte Gläserkombinationen gegangen war, ausgeführt. Als Lichtfilter dienten die „monochromatischen“ Lichtfilter von Wain and Wratten (England), die in Verbindung mit den farbigen Gläsern von Schott (Jena) ziemlich enge Spektralbereiche geben.⁴⁾ Die Strahlung dieser „Vergleichslichtquelle“ in diesen

1) P. Lenard u. W. Hausser, Heidelb. Ber. Abh. 19. 1913.

2) Vgl. oben.

3) Nach der Ausdrucksweise von P. Lenard, Heidelb. Ber. Abh. 5. 1912.

4) Das Abgleichen auf einzelne Spektralbereiche wurde mittels eines

zwei Spektralbereichen wurde mit der Strahlung der Hefnerlampe mittels einer Thermosäule von Rubens verglichen. Da die Energieverteilung der Hefnerlampe-Strahlung aus den Messungen von Ångström als bekannt angenommen werden kann, so konnte die Strahlung dieser Vergleichslichtquelle für die ausgewählten Wellenlängen auf folgende Weise gemessen werden. Es sei E_λ die absolute Energie¹⁾ der Hefnerlampe bezogen auf 1 qcm für den Bereich von λ bis $\lambda + d\lambda$, a der mittlere Ausschlag des Galvanometers bei der Wirkung der Vergleichslichtquelle auf die Thermosäule, wenn der Abstand zwischen beiden r cm war; A und R sind die entsprechenden Größen für die Hefnerlampe, dann ist die Energie der Strahlung der Vergleichslichtquelle im gegebenen Spektralbereich

$$(7) \quad J_\lambda = E_\lambda \frac{a}{A} \frac{r^2}{R^2}$$

Darauf wurde die Wirkung der Vergleichslichtquelle auf die Lichtzelle untersucht. Bei einem gegenseitigen Abstand von ϱ Meter sei S_λ der Ausschlag (pro Sekunde) des Elektrometers, dann wird

$$(8) \quad \frac{J_\lambda 10^{-4}}{S_\lambda \varrho^2}$$

die Energie messen, die einem Ausschlag des Elektrometers um 1 Sk.-Teil pro Sekunde, bei der Wirkung des Lichtes im Spektralbereich vom λ bis $\lambda + d\lambda$, entspricht.

So wurde die Lichtzelle für die oben erwähnten Wellenlängen geeicht.

Die auf die oben beschriebene Weise bestimmte Lichtsumme eines Phosphors lässt sich nun in Energieeinheiten ausdrücken, so gab der durch Licht erregte CaCuLi Phosphor bei Strahlung der α -Bande die Lichtsumme 54 Sk.-Teil.²⁾ Rechnet man diese Lichtsumme um, indem man berücksichtigt,

Handspektroskopes ausgeführt. Vgl. M. Pirani, Verhandl. d. Deutsch. Phys. Ges. 17. p. 838. 1913.

1) Ångström, Phys. Zeitschr. 5. p. 456. 1904.

2) Die Kathodenstrahlen geben, trotz der großen Anfangsintensität die kleineren Lichtsummen, weil es bei der Aufspeicherung auf die Erregung von den „dauernden“ Zentren ankommt, die aher, wie schon früher gezeigt wurde, nur schwach von den Kathodenstrahlen affiziert werden.

daß die leuchtende Schicht des Phosphors in einer Entfernung von 1 Meter so der Zelle gegenüberstehen muß, daß die Schicht senkrecht zur Normale der Lichtzellenkathode steht, so erhält man 0,86 Sk.-Tl. Bei der Zellenempfindlichkeit in der Nähe von $\lambda = 515 \mu\mu$ wird dieser Wert der Energie etwa $3 \cdot 10^{-7} \text{ g/cal}$ entsprechen. Die Zahl $3 \cdot 10^{-7} \text{ g/cal}$ ist der Bruchteil der in einer Richtung von der gesamten strahlenden Oberfläche ausgesandten Energie, die auf 1 qcm in 1 m Abstand fällt. Da die gesamte Substanz 37,5 mg wog, so ist die von 1 mg Phosphor ausgesandte und auf 1 qcm fallende Energie:

$$S = 8 \cdot 10^{-9} \text{ g/cal} = 0,336 \text{ Erg.}$$

Der Leuchtenergieinhalt der phosphoreszierenden Fläche, d. h. die auf die ganze Kugeloberfläche im Abstand von 1 m fallende Energie ergibt sich zu $4\pi \cdot 100^2 S$ oder auf 1 g des Phosphors bezogen, $4\pi \cdot 10^4 \cdot 10^3 \cdot 3,36 \cdot 10^{-1} = 4,2 \cdot 10^7 \text{ Erg.}$

Da die Intensität und die Dauer des Nachleuchtens eines Phosphors vor allem von der Gewichtsmenge des aktiven Metalls, so hier von Cu, abhängt, so soll noch der Wert für den Leuchtenergieinhalt auf die Gewichtseinheit des Kupfers bezogen werden. Angenommen, daß bei normaler Zusammensetzung auf 3,27 g CaCuLi-Phosphors 0,002 g Cu¹) kommen, so ergibt sich für den Leuchtenergieinhalt, der 1 g Cu in phosphoreszierendem Zustand (α -Bande) zukommt, $0,69 \cdot 10^{11} \text{ Erg.}$ Der einem Atom Cu zukommende Leuchtenergieinhalt wird²⁾ in diesem Falle

$$63 \cdot 1,6 \cdot 10^{-24} \cdot 0,69 \cdot 10^{11} = 7 \cdot 10^{-12} \text{ Erg.}$$

Bei der Annahme, daß die Strahlung nur einem engen Spektralbereiche, nämlich der Bande $\alpha = 515 \mu\mu$ angehört, berechnet sich der Wert für das von Planck eingeführte „Energieelement“ zu:

$$(9) \quad h\nu = \frac{6,415 \cdot 10^{-27} \cdot 3 \cdot 10^{10}}{5,15 \cdot 10^{-5}} = 3,7 \cdot 10^{-12} \text{ Erg.}$$

Der oben gewonnene Leuchtenergieinhalt des Cu-Atoms, bei der Strahlung $\alpha = 515 \mu\mu$, ist also etwa doppelt so groß, wie das Energieelement.

1) P. Lenard u. V. Klatt, Ann. d. Phys. 15. p. 658. 1904.

2) $1,6 \cdot 10^{-24} \text{ g}$ ist die Masse des Atomions von Wasserstoff.

Untersucht wurde ferner der Phosphor CaPbK . Bei der maximalen Erregung durch Licht von einer Quecksilberlampe entsprachen der ganzen Lichtsumme 31 Skalenteile am Elektrometer, was bei der Empfindlichkeit für die Wellenlänge $\alpha = 540 \mu\mu$ (für die die Berechnung in gleicher Weise wie oben ausgeführt wurde) einen Leuchtenergieinhalt $\alpha = 4,4 \cdot 10^{-7} \text{ g-cal}$, bezogen auf 1 g des aktiven Metalles, hier also Pb , $4,4 \cdot 10$ Erg. ergibt. Der dem Atom Pb zukommende Leuchtenergieinhalt wird dann:

$$205 \cdot 1,6 \cdot 10^{-24} \cdot 4,4 \cdot 10^{10} = 14,4 \cdot 10^{-12} \text{ Erg.}$$

Das Energieelement berechnet sich bei der Wellenlänge $540 \mu\mu$ nach (9) zu $3,5 \cdot 10^{-12}$ Erg. Es gibt also das Pb -Atom bei der Strahlung während der Phosphoreszenz etwa 4 Energieelemente ab.

Wir finden also bei beiden Phosphoren, daß der in Quanten ausgedrückte Leuchtenergieinhalt eines Atoms der aktiven Metalle ihrer maximalen Valenz entspricht. Das gleiche Resultat hat P. Lenard bei CaBiNa gefunden.¹⁾ Wenn man die ziemlich verbreitete Vorstellung über den Phosphoreszenzmechanismus zur Hilfe nimmt, nämlich, daß die Erregung durch die lichtelektrische Wirkung, d. h. durch das Abtrennen von Elektronen hervorgerufen wird, so kommt man zu dem Schluß: die Zahl der bei der Phosphoreszenz von jedem Atom des aktiven Metalls abgetrennten Elektronen ist gleich der Zahl der Valenzen dieses Metalls.

Bild von dem inneren Bau des Atoms eines phosphoreszierenden Komplexes.

E. Wiedemann²⁾ hat eine Hypothese über den Mechanismus der Phosphoreszenz- bzw. Fluoreszenzerscheinungen aufgestellt, die später besonders von Nichols und Merritt³⁾ angenommen wurde. Nach ihr erzeugt das erregende Licht in einem lumineszierenden Körper eine Veränderung, die nach Beendigung der Erregung allmählich verschwindet; die Substanz nimmt dann ihren ursprünglichen Zustand wieder ein.

1) P. Lenard u. W. Haussler, Heidelb. Ber. Abh. 19. p. 85. 1918.

2) E. Wiedemann, Wied. Ann. 37. p. 241. 1889.

3) E. L. Nichols and E. Merritt, Phys. Rev. 21. p. 411—418. 1905.

Die Rückverwandlung ruft während ihrer Dauer die Lumineszenz hervor.

Auch P. Lenard¹⁾ hat eine Hypothese von dem Mechanismus der Phosphoreszenz von künstlichen Phosphoren gegeben, die der eben erwähnten ähnlich ist und die ein weiter in Einzelheiten gehendes Bild von den Erscheinungen gibt. Die Veränderung, die das Licht oder auch die Kathodenstrahlen in einem Phosphor hervorrufen, ist nach Lenard eine Folge der lichtelektrischen Wirkung, bzw. der Wirkung von Sekundärkathodenstrahlen auf die Metallatome, die mit einem Sulfidmolekül verbunden sind.

Die Beobachtungen über das Abklingen des Phosphoreszenzlichtes bei den Phosphoren und über die von ihnen aufgespeicherte Energie geben Veranlassung zum folgenden Bild der Funktionen verschiedener vom Metallatom abtrennbarer Elektronen. Die Grundlage bilden dabei die Vorstellungen über die Atomkonstitution, die J. Stark in seiner Atomdynamik entwickelte und die von P. Lenard gegebenen Vorstellungen über Phosphoreszenz; dies wird hier für den konkreten Fall eines phosphoreszierenden Moleküls weiter entwickelt. Fig. 11 zeigt eine schematische Darstellung eines solchen Moleküls (für den Fall von CaCuLi-Phosphor). Die Atome Ca und Cu sind mit je zwei „Valenzelektronen“ an die positive Ladung des sechswertigen S und andernteils sind je zwei Valenzelektronen von S an die positive Ladung von Ca und Cu gebunden. Die von den Valenzelektronen ausgehenden Kraftlinien verlaufen bei S nach innen, dem Kern des Atoms zu; dadurch bleiben an dem Atom S Stellen, wie a (Fig. 11), mit positiver Ladung behaftet frei, die dann von außen kommende Elektronen binden. Beim Metall (Cu) dagegen treten die Kraftlinien ganz aus dem Atom (der „positiven Atomsphäre“ nach Thomson²⁾ heraus, was das leichte Entweichen der Elektronen andeutet. Das Bild, das von Cu gegeben wurde, gilt auch für Ca.

Der Kürze halber sind hier nur die zwei in Betracht

1) P. Lenard, Ann. d. Phys. 15. p. 665. 1904; Ann. d. Phys. 31. p. 667. 1910.

2) J. J. Thomson, Elektrizität und Materie.

kommenden Valenzelektronen in der Fig. 11 gezeichnet. Über die anderen noch möglichen Elektronen soll keine Aussage gemacht werden.

Da es bekanntlich für jede Spektralbande eines Phosphors mehrere „Erregungsmaxima“ gibt, d. h. einzelne bevorzugte Wellenlängen, auf die die betreffende Bande besonders gut anspricht — für die α -Bande des CaCuLi-Phosphors sind nach Lenard z. B. drei solche Wellenlängen besonders wirksam — so soll für jedes Erregungsmaximum ein leicht affizierbares Elektron angenommen werden, für Cu also drei.

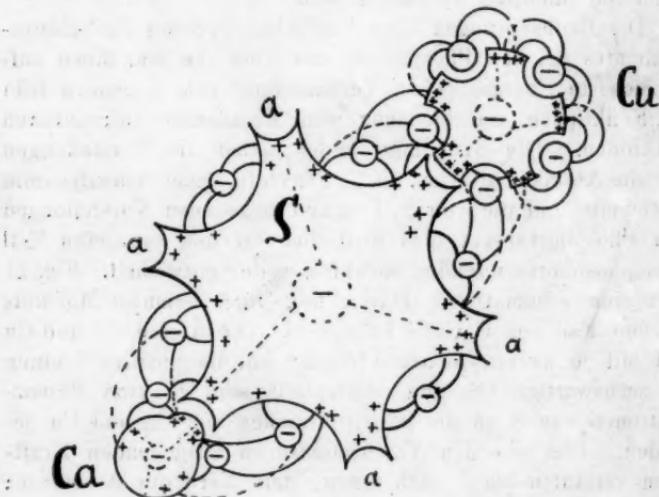


Fig. 11.

Die Beobachtungen über Energieaufspeicherung ergeben, daß von Cu wahrscheinlich bei der Strahlung der α -Bande im ganzen nur zwei Elektronen entweichen.

Den Vorstellungen von Lenard folgend nehmen wir an, daß von den leicht affizierbaren Elektronen („lichtelektrischen“) einige den Resonanzprozeß besorgen (hier also drei), andere dagegen aus dem Atom entweichen; als diese wollen wir die Valenzelektronen annehmen.

Der weitere Prozeß soll durch Fig. 11 anschaulich gemacht werden. Wegen des Charakters des S-Atoms nimmt

es die entwichenen Elektronen an den freien Stellen *a* auf, wo sie kürzere oder längere Zeit verbleiben, dadurch trennt sich Cu von S ab und bekommt eine positive Ladung, S dagegen eine negative. Dieser Vorgang entspricht der „Veränderung“ in Phosphoren im Sinne der Hypothese von E. Wiedemann, bzw. der „Polarisation der Zentren“ im Sinne von Lenard. Infolge der Wärmebewegung wird aber ein beständiger Wechsel in der Gruppierung der Moleküle im Phosphor stattfinden, bei dem einmal nach längerer oder kürzerer Zeit die entwichenen Elektronen in die Anziehungssphäre von den positiven Ladungen des Cu-Atoms kommen. Sie kehren in gewisser Reihenfolge zu dem verlassenen Atom zurück, eine Erschütterung im Innern des Atoms mit sich ziehend, die eine Lichtemission bedingt. Das letztere besorgen nach Lenard andere „Emissionselektronen“, die möglicherweise nicht soweit aus dem Atom herausragen, wie die „lichtelektrischen“, sondern im Innern des Atoms liegen. (Diese und ev. andere innere Elektronen sollen in Fig. 11 durch die punktierten Kreise mit Minus-Zeichen angedeutet sein.)

Unter diesen Annahmen ist leicht verständlich, warum z. B. ein erregter, aber stark abgekühlter Phosphor kein längeres Nachleuchten zeigt; denn die bei der „Dissoziation“ entwichenen Elektronen haben in diesem Falle keinen Grund das S-Atom zu verlassen: wegen der schwachen Molekularbewegung kommt eine Molekulargruppierung, die ein Verlassen des Atoms S seitens der bei der Dissoziation¹⁾ entwichenen Elektronen zur Folge hat, nur selten vor. Daher ist keine Veranlassung zur Emission gegeben.

Das schnellabklingende Leuchten der Phosphore bei höherer Temperatur, für die keine Aufspeicherung der Energie bemerkbar wird, findet ebenfalls seine Erklärung aus diesem Bilde. Wegen des raschen Wechsels in der Molekulargruppierung werden die Elektronen nicht auf dem S-Atom festgehalten, sondern gleich wieder von Cu aufgenommen. In ähnlicher Weise lässt sich ein Bild der „Momentanzentren“

1) Auf Dissoziation deutet nachgewiesene Leitfähigkeit bei den Phosphoren während der Belichtung hin. F. Schmidt, Ann. d. Phys. 44, p. 477. 1914.

entwerfen. Hier soll das S-Atom fehlen, und die durch die Lichterregung von dem Metallatom abgetrennten Elektronen werden von ihm gleich wieder zurückgenommen (Fluoreszenz). Von diesem Standpunkt aus ist der allmäßliche Übergang einer fluoreszierenden Substanz in die phosphoreszierende leicht verständlich. Er wird hervorgerufen, wenn die Freiheit der Molekularbewegungen auf irgendwelche Weise beschränkt wird, z. B. durch Eintrocknen einer Schicht von gefärbter fluoreszierender Gelatine.¹⁾ Es sollen also in diesem Falle die entwichenen Elektronen nicht gleich ihre verlassenen Stellen finden.

Die Stokes'sche Regel sagt in diesem Bilde, daß die lichtelektrischen Elektronen nur dann die Emissionselektronen zu Schwingungen veranlassen, wenn die Schwingungsperiode der ersteren wegen der Dämpfung so weit abgenommen hat, daß sie der Schwingungsperiode der Emissionselektronen gleich wird²⁾; erst bei weiterer Abnahme der Schwingung nehmen die lichtelektrischen Elektronen ihre „Eigenperiode“ an, d. h. die, auf die sie im unerregten Zustand ansprechen. Somit muß die „Eigenperiode“ der lichtelektrischen Elektronen kleiner sein als die Periode der Emissionselektronen.

Das Abklingen eines erregten Phosphors können wir uns vorstellen als die zeitliche und örtliche Superposition von kurzen Momentanblitzen, von denen jeder durch die Rückkehr eines der Valenzelektronen hervorgerufen wird. Ihre Zahl ist für die Gewichtseinheit des betreffenden Phosphors bei einer bestimmten Bande = KN , wenn K die Valenz des betreffenden Metalls und N die Zahl der Atome des Metalls in der Gewichtseinheit des Phosphors ist. Z. B. finden bei der Strahlung der α -Bande in 1 mg CaCuLi $12 \cdot 10^{18}$ ³⁾ solche einzelne Blitze statt, die nach den obwaltenden Umständen mehr oder weniger schnell erfolgen.

1) E. Wiedemann, Wied. Ann. 34. p. 450. 1888; A. Pospielow, Verhandl. d. Deutsch. Phys. Ges. 16. p. 411. 1914.

2) P. Lenard, Ann. d. Phys. 31. p. 675. 1910.

3) Auf 3,27 g Phosphor kommt 0,002 g Cu; auf 1 mg $6 \cdot 10^{-4}$ g Cu 1 g Cu hat $\frac{1}{63 \cdot 1,6 \cdot 10^{-24}} = 10^{22}$ Cu-Atome; 1 mg des Phosphors hat also $6 \cdot 10^{18}$ Cu-Atome, von jedem Atom werden 2 Elektronen abgetrennt und wieder aufgenommen, also $2 \cdot 6 \cdot 10^{18} = 12 \cdot 10^{18}$.

Um zu erklären, daß diese momentanen Blitze nicht alle gleichzeitig erfolgen, müssen wir noch annehmen, daß sich, schon bei der Herstellung des Phosphors, nur der Haupt-sache nach ähnlich gebaute Moleküle bilden, die sich aber in ihrer Größe in der Anlagerung fremder Atome (z. B. aus dem Zusatz von LiSO_4) unterscheiden. Dadurch wird natürlich die „Lebensdauer“ eines solchen „Zentrums“ sehr stark beeinflußt, d. h. die Zeit des Fernbleibens eines oder mehrerer Elektronen aus dem Metall wird verschieden groß.

Die oben gefundene Form des Abklingungsgesetzes

$$J = A_1 e^{-\frac{t}{\delta_1}} + A_2 e^{-\frac{t}{\delta_2}} + \dots$$

paßt in den Rahmen des Bildes vollständig hinein. Sie sagt aus: 1. welche Gruppen der Zentren nach ihrer Lebensdauer angenommen werden müssen; 2. wie groß relativ die Zahl der Zentren einer solchen Gruppe ist.

Um die Lebensdauer einer Gruppe zu ermitteln, betrachten wir die Intensität, die von einer Gruppe herrührt, also

$$J_m = A_m e^{-\frac{t}{\delta_m}}$$

und fragen uns, nach welcher Zeit T J_m den halben Wert annimmt. Es ist $T = \delta_m \lg 2$.

2 T soll als die Lebensdauer des betreffenden Zentrums angenommen werden. Die relative Zahl der Zentren in einer Gruppe soll durch die Koeffizienten A_m gegeben sein.

Die oben gegebene Form des Abklingungsgesetzes behandelt nur den Vorgang für ein Valenzelektron. Sind es aber, wie bei den untersuchten Phosphoren, zwei oder mehr Valenzelektronen, so tritt eine Komplizierung ein, indem die Rückkehr der einzelnen Elektronen eine intermittierende Intensität des Phosphoreszenzlichtes hervorrufen müßte. Doch schon durch die Rückkehr des ersten Elektrons wird der Schwingungszustand des Metallatoms und damit die Emission beeinflußt, so daß die Intensität, die durch die Rückkehr eines weiteren Elektrons hervorgerufen wird, kleiner angenommen werden kann, als die durch das erste Elektron veranlaßte. Dadurch wird ein stetiges Abnehmen des Phosphoreszenzlichtes nicht gestört.

Resultate.

1. Beschrieben wurde eine Methode, die unter Anwendung der Elster- und Geitelschen lichtelektrischen Apparatur das Abklingen der phosphoreszierenden Substanzen zu verfolgen gestattet. Dazu wurden die Ausschläge eines Einfadenelektrometers photographisch registriert. Die Registrierung der schnell veränderlichen Intensität des Phosphoreszenzlichtes während der ersten Sekunden nach der Erregung wurde durch eine automatische Vorrichtung, die in gewissen Zeitintervallen das Elektrometer zur Erde ableitete, ermöglicht.

2. Die Abklingungskurven des Phosphoreszenzlichtes bei der Kathodolumineszenz sowie bei der Photolumineszenz der Phosphore: CaBiNa, CaCuLi, SrCuLi wurden für die ersten Sekunden des Nachleuchtens aufgenommen.

3. Das zeitliche Abklingen des Phosphoreszenzlichtes in den ersten Stadien bei diesen Substanzen in beiden Fällen der Erregung wurde durch eine Summe von Exponentialfunktionen ausgedrückt.

4. Die die Abklingungskurven darstellenden Formeln sind bei der Photolumineszenz einfacher als bei der Kathodolumineszenz.

5. Die Energie der durch Licht erregten Phosphore CaCuLi und CaPbK wurde gemessen.

6. Ein Bild des phosphoreszierenden, aus Kalzium, Kupfer und Schwefel bestehenden Moleküls wurde diskutiert und daraus die physikalische Bedeutung der in der Formel für die Abklingung des Phosphoreszenzlichtes auftretenden Größen gegeben.

Die obige Arbeit wurde im Physikalischen Institut der Universität Erlangen ausgeführt, dessen Hilfsmittel Hr. Geheimrat Prof. Dr. E. Wiedemann in liebenswürdigster Weise zur Verfügung stellte.

(Eingegangen 30. Juli 1914.)

5. *Über den Wirkungsgrad bei der
Phosphoreszenzerregung durch Kanalstrahlen;*
von *Eduard Rüchardt.*

(Gekürzte Würzburger Dissertation.)

I. Problemstellung.

H. v. Dechend und W. Hammer¹⁾ haben bei hohen Geschwindigkeiten und geringer Strahlendichte Szintillationen von Gieselschem Zinksulfid unter Kanalstrahlen beobachtet. Diese Szintillationen zeigten sich bei magnetischer Zerlegung der Kanalstrahlen sowohl im abgelenkten wie im nicht abgelenkten Phosphoreszenzfleck. Die Beobachtung von Szintillationen scheint nun einen Schluß über die Quelle der Energie bei der Phosphoreszenzerregung zuzulassen. Untersuchungen von J. v. Kries²⁾ „über die zur Erregung des Sehorgans erforderlichen Energiemengen“ haben ergeben, daß grüne Strahlen, die nur kurze Zeit das Auge treffen, einen Lichteindruck hervorrufen können, wenn im ganzen eine Energie von $1,3$ bis $2,6 \cdot 10^{-10}$ Erg auf die Netzhaut des Auges gelangt. Nimmt man an, daß bei der Phosphoreszenzerregung durch Kanalstrahlen die erzeugte Lichtenergie ihre Quelle in der kinetischen Energie der Kanalstrahlen hat, so müßte die bei einer Szintillation in Licht umgesetzte Energie eines Kanalstrahlenteilchens demnach ausreichen, um $2 \cdot 10^{-10}$ Erg bei einem Augenabstand von ca. 8 cm und einem Pupillendurchmesser von ca. 0,8 cm (Dunkeladaptation) ins Auge gelangen zu lassen. Augenabstand und Pupillenöffnung sind so gewählt, daß die Wahrnehmung einer einzelnen Szintillation gerade noch als möglich erscheint. Im ganzen müßte also von einer Szintillation als Phosphoreszenzlicht die Energie

1) H. v. Dechend u. W. Hammer, Verh. d. Deutsch. phys. Ges., 12. p. 531—532. 1910.

2) J. v. Kries, Zeitschr. f. Sinnesphysiologie 41. p. 373ff. 1907.

$$\frac{4 \cdot 64 \pi \cdot 2 \cdot 10^{-10}}{1,6 \pi} = 3,2 \cdot 10^{-8} \text{ Erg}$$

ausgehen. Nun ist die kinetische Energie eines Wasserstoffatoms im Kanalstrahl bei einer Geschwindigkeit von $1 \cdot 10^{-3} \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$

$$\frac{1,6 \cdot 10^{-24} \cdot 10^{16}}{2} = 0,8 \cdot 10^{-8} \text{ Erg.}$$

Es würde also auch im Falle einer vollständigen Umsetzung der Kanalstrahlenenergie in Phosphoreszenzlicht die Wahrnehmung von Szintillationen wenigstens unter den gewählten Bedingungen nicht möglich sein. Allerdings dürften die obigen Annahmen (8 cm Augenabstand und 8 mm Pupillendurchmesser) für die äußerste Grenze der Szintillationswahrnehmung bei Kanalstrahlen nicht zutreffen. Sie gelten erfahrungsgemäß annähernd bei den α -Strahlen. H. v. Dechend und W. Hammer beobachteten mit einem Mikroskop. Ein Wirkungsgrad nicht allzuviel kleiner als 1 würde also eine Wahrnehmung von Szintillationen noch sehr wohl möglich machen. Indessen ist auch ein so großer Wirkungsgrad nach den Erfahrungen bei der Phosphoreszenzerregung durch Kathodenstrahlen und Beobachtungen von H. Baerwald über die Temperatur der Phosphore im Kanalstrahl nicht zu erwarten. Die Phosphoreszenzerregung durch Kathodenstrahlen ist von P. Lenard¹⁾ an langsamem, lichtelektrisch ausgelösten, sowie schnellen Kathodenstrahlen, wie sie in Entladungsröhren erzeugt werden, untersucht worden. Während bei langsamem Kathodenstrahlen eine nahezu vollständige Umsetzung der Energie der Strahlen in Phosphoreszenzlicht beobachtet wurde, betrug dieser Wirkungsgrad bei schnellen Strahlen nur einige Prozente. Ähnliches fand früher E. Wiedemann²⁾ durch Messung der Erwärmung eines von Kathodenstrahlen getroffenen Phosphoreszenzschirmes. Es zeigte sich, daß mehr als 90 Proz. der ganzen Energie der Kathodenstrahlen in Wärme verwandelt wird. Ähnlich scheinen die Verhältnisse auch bei Kanalstrahlenenerregung zu liegen. Die erwähnten Beobachtungen von H. Baerwald³⁾ deuten in der Tat darauf hin, daß die Phosphore im Kanalstrahl eine hohe Temperatur besitzen.

1) P. Lenard, Ann. d. Phys. **12**, p. 449—490. 1903.

2) E. Wiedemann, Ann. d. Phys. **66**, p. 61. 1898.

3) H. Baerwald, Ann. d. Phys. **38**, p. 867. 1912.

Er findet, daß die verschiedenen Erdalkaliphosphore mit Banden von bekannter Temperaturabhängigkeit im Kanalstrahl mit der Farbe leuchten, die sie bei 300 bis 350° C. haben müßten. Danach muß auch bei Kanalstrahlerregung ein großer Teil der Energie in Wärme umgesetzt werden. — Es bliebe dann noch die Möglichkeit, die Quelle der Phosphoreszenzenergie in dem emittierenden Phosphoreszenzzentrum selbst zu suchen. Den Kanalstrahlen würde dann nur mehr eine auslösende Wirkung zukommen. Eine Entscheidung der Frage kann durch eine absolute Messung der erregenden Kanalstrahlenenergie und der erregten Phosphoreszenzenergie gewonnen werden. — Auch in anderer Beziehung scheint das Studium dieses Energieumsatzes von Interesse zu sein; man wird einen Vergleich mit den analogen Wirkungen der Kathodenstrahlen anstellen können, und vor allem dürften sich einige Schlüsse über den Wirkungsgrad bei der Szintillationserregung der α -Strahlen ermöglichen.

Hr. Geheimrat W. Wien übertrug mir deshalb die Untersuchung dieser Frage, über die im folgenden zu berichten ist.

II. Methoden und Apparate.

1. Die Methode der Untersuchung bestand darin, daß sowohl die auf den Phosphoreszenzschild auftretende Kanalstrahlenenergie als auch die als Phosphoreszenzlicht ausgesandte Energie absolut mit Thermoelement und Galvanometer gemessen wurde. Bei der Messung der Phosphoreszenzenergie war dabei der Umweg über ein Vergleichslicht gleicher spektraler Zusammensetzung notwendig. Dieses wurde mit dem Phosphoreszenzlicht auf photometrischem Wege verglichen und dann absolut gemessen. Ein mehr als spurenweises Nachleuchten habe ich bei den Phosphoren niemals wahrgenommen. Auch waren die Zeiten der Bestrahlung stets nur sehr kurz. Eine Lichtaufspeicherung braucht deshalb nicht berücksichtigt zu werden.

Als für die Beobachtung gut geeignet erwies sich der grüne $\text{SrSBiNa}_2\text{SO}_4$ -Phosphor¹⁾, weil er einerseits zu den hellsten gehört und bei Erregung mit Kanalstrahlen eine recht einfache spektrale Zusammensetzung besitzt, andererseits den

1) Über die Bezeichnung siehe die Arbeiten von P. Lenard u. V. Klaß: Wied. Ann. 38. p. 90. 1889; Ann. d. Phys. 15. p. 225—282; 425—484; 633 bis 672. 1904.

zerstörenden Einflüssen der Strahlen weniger unterworfen zu sein scheint als das am meisten benutzte Zinksulfid. Die phosphoreszierende Substanz wurde von Leppin & Masche bezogen. Wie Hr. Geheimrat Lenard mir freundlichst mitteilte, entsprechen die von dieser Fabrik hergestellten Phosphore den an sie gestellten Ansprüchen als wohldefinierte Körper.

Die Versuchsanordnung ist aus Figg. 1 und 2 ersichtlich. Fig. 1 zeigt schematisch die ganze Anordnung. Das Versuchsröhr ist in der Seitenansicht, der optische Teil, der größeren Klarheit wegen, von oben dargestellt. Da gute Reinheit des Gases eine Vorbedingung für das Erhalten maximaler und stets reproduzierbarer Phosphoreszenz ist, andererseits aber die Erdalkaliphosphore stets Schwefelwasserstoff abgeben, auch

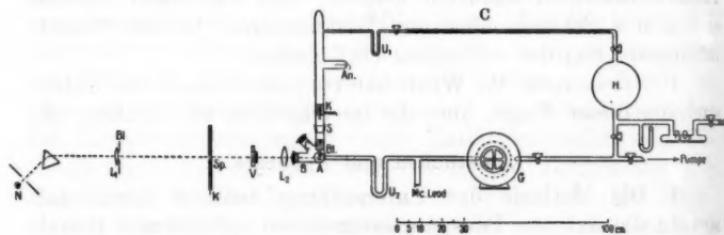


Fig. 1.

gefettete Hähne und Schlässe nicht zu vermeiden waren, mußte beim Arbeiten die von W. Wien¹⁾ angegebene Methode benutzt werden, bei der das Gas (Wasserstoff) in kontinuierlichem Strome aus dem Gasvorratsraum *H* durch die Kapillare *C* in das Rohr fließt, wo es durch die Gaedepumpe *G* dauernd abgepumpt wird.

Das Versuchsröhr ist noch einmal in Fig. 2 in der Vorderansicht gezeichnet.

An das große, horizontal gelagerte Rohr *A* stößt das eigentliche Kanalstrahlenrohr *R*. Es ist abnehmbar durch einen ungefetteten, mittels Piceins gedichteten Schluß aufgesetzt. *An* ist die aus einem Aluminiumzylinder bestehende Anode. Die Kathode *K* ist ein 4,5 cm langer, mit einer Bohrung von 2 mm Weite versehener Eisenzylinder mit Aluminium-

1) W. Wien, Ann. d. Phys. 8. p. 252—254. 1902.

stirn. *Kl* ist eine durch einen Schliff drehbare Klappe aus Aluminium. Sie erlaubt, den Strahl bequem abzuschirmen. Die kleine rechteckige Blende *Bl*, ca. 2 cm von der Auftreffstelle des Strahles auf den Phosphoreszenzschirm entfernt, schneidet aus dem bereits verbreiterten Strahl den mittleren Teil scharf begrenzt heraus. Senkrecht zum Kanalstrahlenrohr

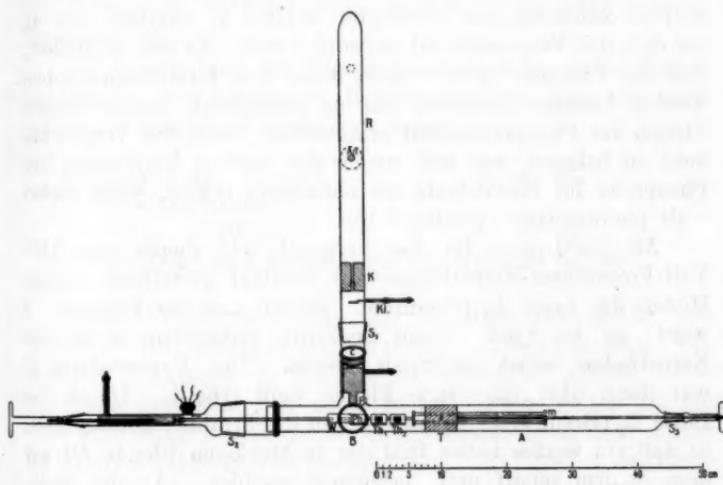


Fig. 2.

und senkrecht zum Rohre *A* ist der 8 cm lange Ansatz *B* angeblasen, durch den das Vergleichslicht in das Innere des Rohres auf einem weißen Schirm entworfen wird. Das gegen diesen Ansatz und das Kanalstrahlenrohr unter 45° geneigte Ansatzstück *C* dient zum Beobachten des Phosphoreszenzschildes, dessen Normale in die Achse des Rohres *C* fällt. *B* und *C* sind mit guten Glasplatten verschlossen.

Das lange Rohr A bildet den eigentlichen Beobachtungsraum, in dem mittels des Schliffes S_3 ein Thermoelement zur Messung der Energie des Vergleichslichtes, eines zur Messung der Kanalstrahlenenergie und der Phosphoreszenzschirm verschoben werden können. Die Messingtrommel T , die an ihrer Stelle fixiert ist, besitzt zwei Durchbohrungen, durch die zwei starr miteinander verbundene Messingstäbe hindurchführen. Das Verbindungsstück m ist mit einer Mutter versehen. Die hin-

durchführende Schraube stützt sich auf die Trommel T . Durch Drehen des Schliffes S_3 können die Thermoelemente und der Phosphoreszenzschild in den Weg des Strahles gebracht werden. Die Thermoelemente sowie der Schirm sind unter 45° gegen die Vertikale geneigt. S_2 ist ein großer Schliff, an dem das Rohr geöffnet werden kann. Mittels des Schliffes S_4 endlich kann, ebenfalls mit Mutter und Schraube, ein aus mattem, weißem Zeichenpapier gefertigter Schirm verschoben werden, auf dem das Vergleichslicht entworfen wird. Er war so justiert, daß der Phosphor gerade noch unter ihm hindurchgeschoben werden konnte. Dadurch war es ermöglicht, immer frische Stellen der Phosphorschicht unmittelbar neben das Vergleichslicht zu bringen, was sich wegen des raschen Verderbens der Phosphore im Kanalstrahl als notwendig erwies, wenn mehrmals photometriert werden sollte.

Als Lichtquelle für das Vergleichslicht diente eine 110-Volt-Projektions-Nernstlampe mit vertikal gestelltem Faden. Mittels der Linse L_1 (Brennweite 30 cm) und des Prismas Pr wurde an der Stelle K ein Spektrum entworfen, wobei der Nernstfaden selbst als Spalt diente. Der Papierschirm P war dann über die ganze Fläche weiß erhellt. Durch die Linse L_2 (Brennweite 15 cm) wurden die Strahlen konzentriert, so daß ein weißes helles Bild der rechteckigen Blende Bl auf dem Schirm scharf und verkleinert erschien. An die Stelle des Spektrums wurde dann der Spalt K gebracht, hinter dem sich verschiebbar ein photographischer Photometerkeil mit Millimeterteilung befand. Der Spalt war 2 bis 3 mm breit und schnitt den grünen Teil des Spektrums aus. Dann erhielt man einen grünen, scharf begrenzten, rechteckigen Lichtfleck auf dem Papierschirm. Das Spektrum des Nernstfadens war indessen nicht rein, ein Umstand, der mit Erfolg zur Imitation der spektralen Zusammensetzung des Phosphoreszenzlichtes verwertet werden konnte. Nach den erwähnten Beobachtungen von H. Baerwald treten bei den Phosphoren im Kanalstrahl diejenigen Banden auf, die bei einer Temperatur von 300 bis 350° C. durch Licht allein noch angeregt werden. Für SrBi-Phosphor ist die spektrale Verteilung bei 200° und 400° C. nach P. Lenard¹⁾ durch folgende Zahlen kurz charakterisiert:

1) P. Lenard u. V. Klatt, Ann. d. Phys. 15, p. 225. 1904; s. Kurventafel daselbst.

Ungefährre Ausdehnung des Spektrums	Maximum (einziges)
$t = 200^\circ \text{ C.}$ 430 $\mu\mu$ bis 660 $\mu\mu$.	530 $\mu\mu$.
$t = 400^\circ \text{ C.}$ 490 $\mu\mu$ bis 590 $\mu\mu$.	530 $\mu\mu$.

Das Spektrum ist nach beiden Grenzen hin sehr verwaschen, der Abfall der Intensität nach beiden Seiten vom einzigen Maximum steil.

Die Betrachtung des Phosphoreszenzspektrums bei Kanalstrahlenerregung mit einem Handspektroskop, das mit einer Wellenlängenskala versehen war, ergab:

Ungefährre Ausdehnung des Spektrums	Maximum
470 $\mu\mu$ bis 610 $\mu\mu$.	ca. 530 $\mu\mu$.

Der Abfall nach beiden Seiten vom Maximum ist steil.

Diese Verteilung entspricht, in Übereinstimmung mit H. Baerwald, durchaus der, die man bei einer zwischen 200° C. und 400° C. gelegenen Temperatur beobachten müßte. Das Spektrum erstreckt sich nach beiden Seiten weiter als bei 400° und weniger weit als bei 200° , entsprechend dem immer weiteren Zurücktreten der blauen und gelben Bande dieses Phosphors gegenüber der grünen β -Bande, der das beobachtete Maximum entspricht, mit steigender Temperatur. Die für die Gesamtemission wesentlich in Betracht kommende Bande ist demnach die grüne β -Bande. Durch passende Einstellung des Spaltes konnte nun leicht der gewünschte Spektralbereich um 530 $\mu\mu$ ausgeblendet werden. Infolge der erwähnten Unreinheit des Spektrums war dann im Spektroskop beim Vergleichslicht gerade wie beim Phosphor ein ausgedehnter Spektralbereich sichtbar mit einer hellsten Stelle bei 530 $\mu\mu$ und einem starken Abfall der Intensität nach beiden Seiten. Durch zweckmäßige Justierung des Spaltes im Nernstlampenspektrum erhielt man auch leicht die richtigen Grenzen. Dann entsprach auch die Farbe des Vergleichslichtes durchaus der des Phosphors. Man wird also schließen dürfen, daß das Vergleichslicht in seiner spektralen Zusammensetzung dem Phosphoreszenzlicht sehr nahe kam. Einmal fixiert, wurden die optischen Teile der Apparatur nicht geändert. Alle Teile waren möglichst

fest an ihrem Orte befestigt. V (Fig. 1) ist eine Metallklappe, die von dem Beobachtungsort am Galvanometer die Strahlen abzuschirmen oder zuzulassen erlaubt.

Der Phosphoreszenzschirm wurde durch Sieben des etwas in einem Achatmörser zerkleinerten Phosphorpulvers auf eine mit wenig Alkohol angefeuchtete Glasplatte hergestellt. Die Schichten mögen einige Zehntel Millimeter dick gewesen sein. War der Alkohol verflüchtigt, so haftete die Schicht gut.

Die benutzten Thermoelemente waren von ähnlichem Typus wie das Johansensche¹⁾, nur mit dem Unterschied, daß die Flächen genügend groß waren, um die gesamte auffallende Strahlung aufzufangen. An ein dünnes Stück Silberfolie von ca. 1 cm^2 Fläche wurde ein Manganin- und ein Konstantandraht von je $0,015 \text{ mm}$ Dicke mit sehr wenig leichtflüssigem Lot gelötet. Die vier freien Enden waren an zwei größere, hufeisenförmige Messingbügel, die auf einer rechteckigen Platte aus Hartgummi aufgeschraubt waren, gelötet. Ein aufgesetzter Metallschirm mit rechteckiger Öffnung ließ nur die Thermoelementfläche frei. Das Thermoelement zur Messung des Vergleichslichtes war berußt, das zweite schwarz platinier. Die Kanalstrahlenenergie wurde mit einem d'Arsonval-Galvanometer von Hartmann & Braun mit einer Empfindlichkeit von $1,23 \cdot 10^{-8} \text{ Amp.}$ bei 2 m Skalenabstand gemessen. Da die Vergleichslichtmessung, wie sich bald zeigte, sehr viel empfindlichere Mittel erforderte, benutzte ich zu diesem Zwecke ein Kugelpanzergalvanometer, das fest auf einer eingemauerten Steinplatte aufgestellt war. Die gewählte Empfindlichkeit betrug $2,22 \cdot 10^{-10} \text{ Amp.}$, der innere Widerstand 11Ω , die ganze Schwingungsdauer 14 Sek. Die Skala hatte einen Abstand von 2 m . Die Zuleitungsdrähte waren eng umeinander gewickelt und, soweit als notwendig, durch Metallrohre geschützt.

Als Stromquelle diente eine selbsterregende Influenzmaschine mit vier rotierenden Scheiben. Der negative Pol der Maschine war ebenso wie die Kathode geerdet, der positive mit der Anode des Rohres verbunden.

III. Die Ermüdungserscheinung der Phosphore im Kanalstrahl.

Das erwähnte rasche Verderben der Phosphore unter der Einwirkung der Kanalstrahlen machte sich, trotz sorgfältiger Re-

1) Johansen, Ann. d. Phys. 33. p. 517—536. 1910.

nung des Rohres durch starke Induktorentladung und tunlichster Fernhaltung von Quecksilberdampf, sehr unangenehm bemerkbar. Das Verderben findet, nach allen bisherigen Erfahrungen, bei einer Zerlegung des Strahles weit stärker im unabgelenkten Fleck statt, offenbar infolge der größeren hier auftreffenden Strahlendichte und der nie ganz zu vermeidenden Anwesenheit von Hg im Strahl. Da sowohl eine Zerlegung als eine Schwächung des Strahles (etwa durch eine zwischen Kathode und Blende einzuschaltende Kapillare) die Anordnung wesentlich kompliziert hätte, zog ich es vor, die beschriebene Methode zu benutzen, bei der immer frische Stellen des Phosphors in den Weg der Strahlen gebracht werden können. Die Photometrierung ging dann so vor sich, daß zunächst eine derartige Stellung des Photometerkeiles durch Vorversuche ermittelt wurde, daß der bei dem ersten Auftreffen der Kanalstrahlen entstehende Phosphoreszenzfleck etwas heller war als das Vergleichslicht. Dann wurde eine frische Stelle des Phosphors bei geschlossener Klappe im Rohr neben den weißen Vergleichslichtschirm gebracht und die Kanalstrahlen durch Entfernung der Klappe auf den Phosphorschirm gelenkt. Der Phosphoreszenzfleck grenzte scharf an den Vergleichsleck. Sobald durch das rasche Verderben die beiden Flecke gleich hell waren, wurde die Klappe geschlossen und die Zeit zwischen dem Öffnen und Schließen der Klappe an einer Stoppuhr abgelesen. Darauf wurde der Keil verschoben und von neuem in gleicher Weise photometriert. War die benutzte Stelle des Phosphors bereits stark verdorben, was nach einer Zeit der Bestrahlung von insgesamt etwas mehr als einer halben Minute der Fall war, so konnte der Phosphor verschoben werden und die Photometrierungen von neuem beginnen. So fand ich durch das Photometrieren an einer Stelle der Phosphorschicht den zeitlichen Verlauf der Ermüdung und suchte durch Photometrieren an immer wieder frischen Stellen der Schicht sukzessive die Keilstellung auf, bei der das Vergleichslicht die gleiche Helligkeit besaß, wie eine frische Stelle des Phosphors im ersten Moment der Bestrahlung. Der zeitliche Verlauf des Verderbens ist in Fig. 3 dargestellt. Als Abszissen sind die Zeiten in Sekunden nach dem ersten Augenblicke der Bestrahlung aufgetragen, als Ordinaten die relativen Helligkeiten J des Phosphoreszenzfleckes, wie sie aus der später mitzuteilenden Eichkurve des

Photometerkeiles sich ergeben. Die zweite Kurve zeigt deutlicher, daß die Intensitätsabnahme in gleichen Zeiten nicht gleich ist; andernfalls müßte man eine Gerade erhalten. Im Anfang ist die Intensitätsabnahme wesentlich stärker. Es erhebt sich deshalb die Frage, ob die erste große Helligkeit mit dem darauffolgenden steilen Abfall nicht vielleicht einen anderen Ursprung hat als das spätere, weniger helle und langsamer abnehmende Leuchten. Es wäre sehr wohl möglich, daß die Kanalstrahlen eine ähnliche ausleuchtende Wirkung auf die Phosphore ausüben, wie ultrarotes Licht oder einfaches Erhitzen. Diese für meine Versuche prinzipiell wichtige Frage mußte zunächst entschieden werden. Handelt es sich um einen

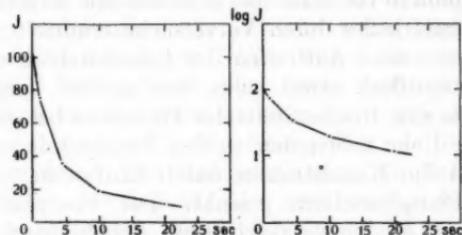


Fig. 3.

Ausleuchtevorgang, so wird ja lediglich die durch frühere Belichtung aufgespeicherte Energie aus dem Phosphor ausgetrieben, und diese ist es dann, die das hellste Leuchten des Phosphors am Anfang bedingt. Ich stellte deshalb folgende Versuche an:

Es wurde versucht, den nur wenige Sekunden mit Kanalstrahlen bestrahlten Phosphor durch Belichten mit einer Quecksilberlampe zu regenerieren. Das gelang jedoch nicht.

Ferner stellte ich bei roter Dunkelkammerbeleuchtung eine Phosphorschicht her, die zur Hälfte aus Pulver bestand, das über der Bunsenflamme auf einem Blech völlig ausgeleuchtet war und zur anderen Hälfte aus nicht ausgeleuchtetem Phosphorpulver. Den Schirm setzte ich ebenfalls bei rotem Licht in das Rohr ein. Der Kanalstrahl fiel so auf die Fläche des Schirmes, daß er teils die ausgeleuchtete, teils die nicht ausgeleuchtete Schicht traf. Trotzdem erschien der Phosphoreszenzfleck schon im ersten Augenblick vollkommen gleichmäßig hell. Man wird also schließen müssen, daß auch das erste helle

Leuchten von der Erregung durch Kanalstrahlen herröhrt. Eine ausleuchtende Wirkung kommt den Kanalstrahlen nicht zu.¹⁾

Es läßt sich auch leicht eine andere Erklärung für die anfängliche rasche Intensitätsabnahme geben. Kanalstrahlen dringen bekanntlich nur sehr wenig in die Materie ein; selbst sehr dünne Metallfolien sind für sie nahezu undurchlässig. Trifft nun der ganze Strahl auf den Phosphor, so wird die sehr dünne oberste Schicht von den Teilchen aller Geschwindigkeiten getroffen und rasch zerstört. Dieser Vorgang kann in einer chemischen oder physikalischen Veränderung der Substanz bestehen. Zu der zweiten Ansicht neigt E. Goldstein.²⁾ In tiefere Schichten dringen nur die an Zahl geringeren, raschen Teilchen. Der Phosphor leuchtet daher später weniger hell und auch der Zerstörungsvorgang geht langsamer vor sich. Man kann in der Tat beobachten, daß durch Erhöhung der Spannung ein unter langsamem Strahlen verdorbener Phosphor wieder für einige Augenblicke hell leuchtet. — Wirken die Strahlen längere Zeit auf den Schirm, so färbt er sich, wie schon früher beobachtet ist, braun. Es gelingt indessen, einen so gänzlich verdorbenen Phosphor durch Erhitzen über der Bunsenflamme vollkommen zu regenerieren. Die Braunfärbung verschwindet und der Phosphor leuchtet, wieder ins Rohr gebracht, so gut wie vorher. Erwähnt sei noch, daß selbst eine bis zur Braunfärbung verdorbene Phosphorschicht, von Licht erregt, kaum merklich schlechter leuchtet als eine frische, ein Beweis, daß das Licht viel tiefer in den Phosphor eindringt als Kanalstrahlen. Auch Kathodenstrahlen besitzen eine nur geringe Eindringungsfähigkeit.³⁾

IV. Hauptversuche.

Die Versuche wurden nach guter Reinigung des Rohres und meist abends angestellt, wenn die Temperatur im Zimmer sich eingestellt hatte und anderweitige Störungen auf das Panzergalvanometer nicht zu befürchten waren. Die Nernstlampe wurde mit den 70 Volt der großen Institutusbatterie

1) Auch Kathodenstrahlen besitzen keine auslöschende Wirkung. Vgl. hierzu P. Lenard, Sitzungsber. d. H. Ak. Abt. A. 5. Abh. p. 29. 1912.

2) E. Goldstein, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 14. p. 33—42. 1912.

3) P. Lenard, Über Lichtsummen bei Phosphoren. Sitzungsber. d. Heidelb. Akad. d. Wiss. 5. Abh. p. 32. 1912.

gebrannt, die mit noch 20 Akkumulatoren einer kleineren Batterie hintereinander geschaltet war. Sie brannte dann nach einer halben Stunde außerordentlich konstant mit 0,8 Amp.

Die Stromstärke konnte mit einem Strommesser, der $\frac{2}{1000}$ Amp. zu schätzen erlaubte, kontrolliert, geringe Schwankungen mit einem Gleitwiderstand reguliert werden; doch war dies äußerst selten nötig. — Alle Beobachtungen führte ich unter genau denselben Bedingungen aus. Änderungen der Entladungsbedingungen bringen stets nicht leicht kontrollierbare Änderungen in der Zusammensetzung des Strahles mit sich.¹⁾ Das Verhältnis von geladenen und ungeladenen Teilchen im Strahl muß aber nach H. Baerwald²⁾ einen Einfluß auf den gesuchten Wirkungsgrad haben.

Es wurde zunächst durch Einregulierung der Pumpengeschwindigkeit eine konstante Elektrodenspannung von 5 mm Funke zwischen Kugeln von 1 cm Radius hergestellt. Der im Beobachtungsraum mit einem Mc Leodschen Manometer gemessene Druck betrug dann 0,02 bis 0,03 mm Hg. Stets wurden während der Beobachtung die U-förmigen Rohre U_1 und U_2 (Fig. 1) mit einem Gemisch aus fester Kohlensäure und Aceton gekühlt. Zwischen den einzelnen Galvanometerablesungen und Photometrierungen kontrollierte ich die Spannung und die Umdrehungsgeschwindigkeit der Influenzmaschine. Trotzdem waren Schwankungen nie ganz zu vermeiden. War die Energiemessung der Kanalstrahlen und die in angegebener Weise erfolgende Photometrierung ausgeführt, so wurde die Gaszuströmung durch Schließen des Hahnes zwischen Rohr und Kapillare abgesperrt und bis auf 0,001 Hg-Druck evakuiert. Bei diesem Druck erfolgte die Energiemessung des Vergleichslichtes. Die Empfindlichkeit des Thermoelements war bei diesem Druck fünfmal so groß wie bei Atmosphärendruck und vom Druck sowie von der Art des Gases im Rohr kaum mehr abhängig. Die Empfindlichkeit des Panzergalvanometers wurde vor, während und nach der Messung kontrolliert, ein etwaiger, meist nur geringer Drift durch Beobachtung des Nullpunktes vor und eine Minute nach jedem Ausschlag eliminiert. Hierbei wurde stets der erste Ausschlag des Galvanometers beobachtet. Er war nach 7 Sek. vollendet

1) W. Wien, Sitzungsber. der Königl. Preuß. Akad. 1911. p. 773—786.

2) H. Baerwald, l. c.

und der auf das Thermoelement auffallenden Energie proportional. Im folgenden gebe ich zwei der definitiven Beobachtungen ausführlich wieder.

I. Spannung: 5 mm Funkenstrecke (17500 Volt). Druck im Beobachtungsraum: 0,023 mm Hg.

Messung der Energie der Kanalstrahlen.

0-Punkt	Ablesung	Ausschlag
482	278	204
480	280	200
479	286	193
479	284	195
478	279	199
479	281	198
		Mittel 198

Der größte Unterschied von 5 Proz. ist durch die unvermeidlichen Schwankungen von Strom und Spannung verursacht.

Photometrierung.

Die Keilstellungen sind in Millimeter der Skala angegeben. Größeren Zahlen entspricht größere Schwärzung des Keils, also geringere Helligkeit des Phosphors. Die je fünf Beobachtungen beziehen sich auf eine und dieselbe Stelle des Phosphors.

Keilstellung	Zeit der Bestrahlung in Sek. nach dem ersten Auftreffen des Strahles.
60	1 (das Vergleichslicht noch etwas zu dunkel)
80	5
100	7 (?)
120	19
140	40

Hier wurde eine frische Phosphorschicht vorgeschoben.

Keilstellung	Zeit
50	Vergleichslicht etwas zu hell
80	5
100	10
120	20
140	38

Frische Stelle des Phosphors:

	Keilstellung	Zeit
3.	60	1
	80	4—5
	100	10
	120	20
	140	ca. 40

Frische Stelle des Phosphors:

4.	60	ca. 1
	80	4—5
	100	10
	120	19

Wie man sieht, stimmen die einzelnen Photometrierungen gut überein. Die richtige Keilstellung für die anfängliche Helligkeit des Phosphors liegt, wie man schließen darf, zwischen 50 und 60 mm der Keilskala. Eine genauere Ermittlung ist wegen des raschen Verderbens des Phosphors am Anfang nicht möglich. Die Stellung 55 dürfte aber vom wahren Wert kaum mehr als um 10 Proz. abweichen.

Messung der Energie des Vergleichslichtes mit dem Panzergalvanometer.¹⁾

0-Punkt	Ablesung nach 7 Sek.	0-Punkt nach 1 Min.	Korrigierter Ausschlag
510	667	520	156
530	686	540	155
540	694	533	155
533	692	541	160
541	695	548	153
548	702	548	154
547	700	548	152
548	706	574	155
472	632	482	159
491	650	493	159
		Mittel	156

Der maximale Fehler beträgt 4 bis 5 Proz.

1) Der Keil wurde für diese Messung fortgeschoben; der Ausschlag bezieht sich also auf das ungeschwächte Vergleichslicht.

Die mittlere Empfindlichkeit betrug 115 Skalenteile bei der benutzten Schaltung für die Empfindlichkeitsmessung. Da die angegebene Empfindlichkeit (p. 1070) einem Ausschlag von 100 Skalenteilen entspricht, rechnen wir den Ausschlag auf diese Empfindlichkeit um. Es ergibt sich dann der Ausschlag 136 Skalenteile bezogen auf die gewählte Normalempfindlichkeit. Die Spannung des bei der Empfindlichkeitsmessung benutzten Akkumulators wurde vor der Messung kontrolliert.

Eine zweite Messung sei noch angegeben:

II. Spannung: 5 mm Funkenstrecke. Druck im Beobachtungsraum: 0,029 mm Hg.

Messung der Energie der Kanalstrahlen.

Ausschlag	Ausschlag
209	208
217	212
212	214
210	212
217	210
Mittel 212	

Größter Unterschied 4 Proz.

Photometrierung.

Keilstellung	Zeit der Bestrahlung in Sek. nach dem ersten Auftreffen des Strahles.
1.	Vergleichslicht etwas zu dunkel
60	
80	3
100	8
120	17

Frische Stelle des Phosphors:

2.	60	1
	80	3—4
	100	9
	120	17—18
	140	33

Frische Stelle des Phosphors:

3.	60	1
	80	3—4
	100	9
	120	19
	140	38

Es folgen noch zwei weitere mit diesen gut übereinstimmende Photometrierungen.

Es gibt wieder der Wert 55 die nahe richtige Keilstellung an.

Messung der Energie des Vergleichslichtes mit dem Panzer-galvanometer.

Ausschlag	Ausschlag
142	145
142	144
140	145
145	144
145	146
Mittel	
	144

Das Mittel der Empfindlichkeit war bestimmt zu 104. Auf die Normalempfindlichkeit bezogen, erhält man als Ausschlag: 138 Skalenteile.

Eine weitere mit der gleichen Phosphorprobe ausgeführte Photometrierung und Energiemessung führte zu einem innerhalb der möglichen Fehler mit den obigen Beobachtungen übereinstimmenden Resultat.

Die Größe des Vergleichsfleckes konnte an zwei auf dem weißen Vergleichslichtschirm senkrecht zueinander aufgetragenen Millimeterteilungen abgelesen werden. Die Größe des Phosphoreszenzfleckes ließ sich leicht nachträglich an dem scharf auf dem Phosphor abgezeichneten, gebräunten, rechteckigen Fleck ausmessen, wenn die Stelle nur genügend lange bestrahlt worden war. Es ergab sich: Größe des Vergleichslichtfleckes $0,44 \text{ cm}^2$, Größe des Phosphoreszenzfleckes $0,30 \text{ cm}^2$.

V. Eichungen.

a) Absolute Eichung der Thermoelemente.

Die Eichung der Thermoelemente wurde mit einem auf 100°C . erhitzten schwarzen Körper ausgeführt. Da diese Eichungen durch direkte Bestrahlung ohne zwischengeschaltete Glasplatten zu geschehen haben, die Messungen selbst aber stets im Vakuum vorgenommen wurden, mußte zunächst die Abhängigkeit der Thermoelementempfindlichkeit vom Druck ermittelt werden. Für das Vergleichslichtthermoelement ergab sich bei dem stets benutzten Drucke von $0,001 \text{ mm Hg}$ eine fünfmal größere Empfindlichkeit als bei Atmosphärendruck. Die Druckabhängigkeit ist bei diesen tiefen Drucken nur noch gering, auch spielt die Natur des Füllgases keine Rolle mehr.

Für das Thermoelement zur Messung der Kanalstrahlen-energie teile ich die Druckabhängigkeit nicht mit. Leider erwies sich nämlich nachträglich, daß die benutzten Thermoelemente, wegen allzu großer Feinheit der angewandten Bleche, über die ganze Fläche keine ganz gleichmäßige Empfindlichkeit besaßen. Obwohl dieser Umstand bei den Messungen keinerlei Fehler bedingt, da stets darauf geachtet wurde, daß die gleiche Stelle der Thermoelementfläche von den Strahlen getroffen wurde, wären doch für die Eichung hierdurch Schwierigkeiten erwachsen. Hierbei wurde nämlich die ganze Fläche des Thermoelementes bestrahlt. Bei dem Versuch, die gleichen Teile der Flächen auszublenden, die bei den Versuchen bestrahlt wurden, konnten leicht größere Fehler unterlaufen. Es erwies sich deshalb als zweckmäßig, ein drittes, von dem obigen Fehler freies Thermoelement herzustellen, dieses absolut zu eichen und, unter Beobachtung aller Vorsichtsmaßregeln, auf die beiden bei der Messung benutzten Elemente zu reduzieren. Diese Maßregel empfahl sich auch deshalb, weil die Rußschicht des Vergleichslichtelementes bereits stellenweise etwas verletzt war und die Kanalstrahlen die nur mit Rücksicht auf die spätere Eichung angebrachte Platinierung des anderen Thermoelementes stark angegriffen hatten. Für die Energiemessung der Kanalstrahlen ist dies natürlich ohne Belang. Bemerkt sei noch, daß eine Reflexion der Kanalstrahlen bei den von mir benutzten Geschwindigkeiten überhaupt nicht mehr merklich ist.¹⁾ War das neue Thermoelement gut schwarz, so fielen durch die benutzte Methode auch die etwaigen kleinen Fehler hinaus, die durch die geringen Beschädigungen der Rußschicht entstehen konnten. Während der definitiven Messungen waren keine merklichen Veränderungen mehr an den Thermoelementen beobachtet. Dafür bürgen auch die Übereinstimmungen bei den verschiedenen Beobachtungen.

Das dritte Thermoelement, das der Kürze halber im folgenden mit III bezeichnet werden mag, während das Thermoelement, mit dem das Vergleichslicht ausgemessen wurde, die Bezeichnung I, das zur Messung der Kanalstrahlenenergie die Bezeichnung II erhält, wurde aus einem 0,02 mm dicken Silberblech in sonst gleicher Weise wie früher hergestellt. Seine

1) B. Saxén, Akad. Abh. Helsingfors 1912 und Ann. d. Phys. 38.
p. 319—354. 1912.

Fläche betrug $1,06 \text{ cm}^2$. Das Blech wurde sorgfältig schwarz platiniert. Die Prüfung ergab eine ganz gleichmäßige Empfindlichkeit über die ganze Fläche. Auch war dieses Thermoelement noch so wenig träge, daß als Maß der auffallenden Energie der erste Ausschlag mit dem Panzergalvanometer betrachtet werden durfte.

Die Reduktion des Thermoelementes I auf III wurde so ausgeführt, daß sich dabei I in der gleichen Stellung gegen die einfallenden Strahlen befand, wie bei den Messungen selbst. Auch war der bestrahlte Teil der Fläche der gleiche. Ich fand aus sechs übereinstimmenden Beobachtungen:

$$\text{Empfindlichkeit } \frac{\text{III}}{\text{I}} = \frac{78,0}{41,7} = 1,87.$$

Die Vergleichung von Thermoelement II mit III wurde zweckmäßig durch Bestrahlung mit Kanalstrahlen vorgenommen. Dadurch wurden mögliche Fehler vermieden, die dadurch entstehen könnten, daß das auftreffende Kanalstrahlenbündel nicht im ganzen Querschnitt die gleiche Energie besitzt. Bei der Eichung mit Kanalstrahlen waren die Bedingungen jedenfalls die gleichen wie bei der Messung. Aus zwei an verschiedenen Tagen ausgeführten Beobachtungsreihen ergab sich:

$$\text{Empfindlichkeit } \frac{\text{III}}{\text{II}} = \frac{296}{206} = 1,44 \text{ und}$$

$$\frac{\text{III}}{\text{II}} = \frac{301}{207} = 1,46$$

in sehr guter Übereinstimmung. Der Druck im Beobachtungsraum betrug 0,024 mm Hg.

Es ist nun noch notwendig, zu wissen, wie sich die Empfindlichkeit des Thermoelementes III in Wasserstoff von 0,024 mm Hg-Druck¹⁾ zu der Empfindlichkeit in Luft von Atmosphärendruck verhält.

Bei dem verhältnismäßig hohen Druck von 0,024 mm ist die Empfindlichkeit von der Art des Gases im Rohr noch beträchtlich abhängig. Fig. 4 gibt die hierauf bezügliche Messung wieder.

Entsprechend der größeren Leitfähigkeit des Wasserstoffs ist die Empfindlichkeit von Luft in Atmosphärendruck größer als in Wasserstoff. In Wasserstoff wird aber die Empfindlichkeit infolge der größeren freien Weglänge früher vom Druck

1) Dieser Druck war auch während der ersten angeführten Messung im Rohr.

unabhängig. Die Kurven durchkreuzen sich tatsächlich deswegen in der Nähe von $1/100$ mm Hg-Druck. Bei ca. $1/1000$ mm Druck spielt die Natur des umgebenden Gases, wie schon erwähnt, keine Rolle mehr. Die Kurven fallen dann zusammen und verlaufen nahe parallel der Abszissenachse. Das gesuchte Empfindlichkeitsverhältnis des Thermoelementes III bei Wasserstoffdruck von 0,024 mm zu Luftdruck von einer Atmosphäre entnimmt man aus Fig. 4 zu: $96/42 = 2,24$.

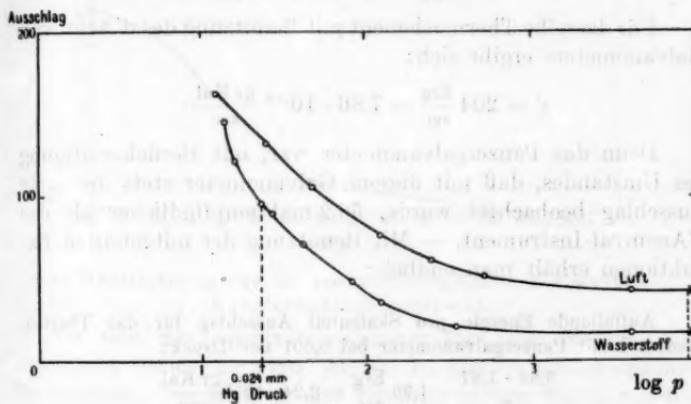


Fig. 4. $p = \frac{1}{1000} \text{ mm} = 1$ gesetzt

Nunmehr ist alles auf das Thermoelement III reduziert, das absolut geeicht werden kann.

Der schwarze Körper bestand aus einem doppelwandigen, innen geschwärzten Kupferhohlraum mit einer kreisrunden Öffnung. Zwischen den Wänden wurde Wasserdampf durchgeleitet und die Beobachtungen begannen erst, wenn der Zustand stationär geworden war. Unmittelbar vor dem schwarzen Körper stand ein dauernd von Leitungswasser durchströmter großer Kupferschirm mit einer Öffnung, die nur das Loch im schwarzen Körper frei ließ, während von seinen Wandungen von vorn nichts zu sehen war. Eine ebenfalls von Wasser durchströmte schwarze Klappe vor der Öffnung gestattete die Strahlen abzuschirmen. Das Thermoelement befand sich 57 cm von der Öffnung des schwarzen Körpers entfernt, derselben genau gegenüber. Es war gut vor Luftströmungen geschützt.

Es ergab sich als auf das Thermoelement III auffallende Energie pro Skalenteil Ausschlag:

$$\epsilon = 3,66 \frac{\text{Erg}}{\text{sec}} = 8,71 \cdot 10^{-8} \frac{\text{gr Kal}}{\text{sec}}.$$

Eine zweite in ganz gleicher Weise ausgeführte Messung ergab in guter Übereinstimmung:

$$\epsilon = 3,61 \frac{\text{Erg}}{\text{sec}} = 8,61 \cdot 10^{-8} \frac{\text{gr Kal}}{\text{sec}}.$$

Für dasselbe Thermoelement mit Benutzung des d'Arsonval-Galvanometers ergibt sich:

$$\epsilon' = 204 \frac{\text{Erg}}{\text{sec}} = 7,86 \cdot 10^{-8} \frac{\text{gr Kal}}{\text{sec}}.$$

Denn das Panzergalvanometer war, mit Berücksichtigung des Umstandes, daß mit diesem Galvanometer stets der erste Ausschlag beobachtet wurde, 56,2 mal empfindlicher als das d'Arsonval-Instrument. — Mit Benutzung der mitgeteilten Reduktionen erhält man endlich:

Auffallende Energie pro Skalenteil Ausschlag für das Thermoelement I mit Panzergalvanometer bei 0,001 mm Druck:

$$\frac{3,64 \cdot 1,87}{5} = 1,36 \frac{\text{Erg}}{\text{sec}} = 3,24 \cdot 10^{-8} \frac{\text{gr Kal}}{\text{sec}}.$$

Auffallende Energie pro Skalenteil Ausschlag für das Kanalstrahlenthermoelement II mit d'Arsonval bei Wasserstoff von 0,024 mm Druck (siehe erste Messung).

$$\frac{204 \cdot 1,45}{2,24} = 138 \frac{\text{Erg}}{\text{sec}} = 3,16 \cdot 10^{-8} \frac{\text{gr Kal}}{\text{sec}}.$$

Bei der zweiten Messung (p. 1077) war der Druck 0,029 mm¹⁾, daher:

$$\frac{204 \cdot 1,45}{2,02} = 146 \frac{\text{Erg}}{\text{sec}} = 3,50 \cdot 10^{-8} \frac{\text{gr Kal}}{\text{sec}}.$$

b) Eichung des Photometerkeils.

Die Durchlässigkeit des Keils wurde mit dem Spektralphotometer von König & Martens im Grün ermittelt. Dabei war der Faden einer Nernstlampe auf dem Keil abgebildet. Als Vergleichslichtquelle diente eine 25 kerzige Osramlampe. Die Stromstärke wurde konstant gehalten. Für jede Keilstellung machte ich fünf Ablesungen. Die durchgelassene

1) Siehe Kurve Fig. 4.

Energie in Prozenten der auffallenden ist in Fig. 5 als Funktion der Keilstellung aufgetragen.

Für die Keilstellung 55 ergibt sich als durchgelassene Menge 18,1 Proz.

Durchgelassene Prozente der auffallenden Energie

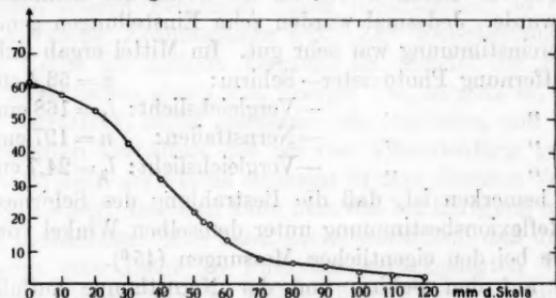


Fig. 5.

c) Bestimmung des Reflexionsvermögens des weißen Vergleichslichtschirmes.

Da sich das Spektralphotometer für diese Messung als ungeeignet erwies, benutzte ich ein Lummer-Brodhunsches Photometer. Die Methode der Eichung ist aus Fig. 6 ersichtlich. f ist der reflektierende Papierschirm, der stramm über

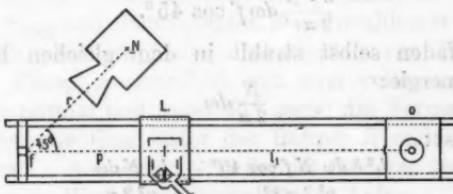


Fig. 6.

eine Öffnung in einem Brett gespannt und ganz von schwarzem Samt umgeben war. Seine Fläche betrug 16 cm^2 . Der Nernstfaden N befand sich in einem innen und außen schwarzen Kasten mit einem trichterförmigen, innen mit Samt ausgefütterten Ansatz zur Abhaltung direkter Strahlung des Nernstfadens vom Photometer. Seine Entfernung vom Schirm betrug 44 cm. O ist eine 100 kerzige, ebenfalls von einem schwarzen Kasten umgebene Osramlampe. Als Vergleichslichtquelle diente

eine kleine, von dieser Lampe bestrahlte Milchglasscheibe in der Vorderwand des Kastens. Die ganze Photometerbank war mit schwarzen Tüchern abgedeckt. Die Konstanz der Lampen wurde kontrolliert. Zuerst wurde der reflektierende Schirm gegen das Vergleichslicht photometriert, dann der Nernstfaden selbst, der für diesen Zweck an die Stelle des Schirmes gebracht wurde. Jedesmal wurden zehn Einstellungen gemacht. Die Übereinstimmung war sehr gut. Im Mittel ergab sich:

1.	Entfernung Photometer-Schirm:	$p = 53,4$ cm.
	"	—Vergleichslicht: $l_1 = 168$ cm.
2.	"	—Nernstfaden: $n = 197$ cm.
	"	—Vergleichslicht: $l_2 = 24,7$ cm.

Zu bemerken ist, daß die Bestrahlung des Schirmes bei dieser Reflexionsbestimmung unter demselben Winkel vor sich ging, wie bei den eigentlichen Messungen (45°).

Die auf den Schirm von der Nernstlampe auffallende Energie beträgt:

$$\frac{N}{2\pi r^2} f \cos 45^\circ,$$

wenn N die in der Halbkugel vom Nernstfaden ausgesandte Energie bedeutet, r die Entfernung des Nernstfadens vom Schirm und f die Fläche des Schirmes. Der Schirm möge von dieser Energie den Bruchteil $\delta d\omega$ in dem Elementarkegel von der Öffnung $d\omega$ in seiner Normalen aussenden:

$$\frac{\delta \cdot N}{2\pi r^2} d\omega f \cos 45^\circ.$$

Der Nernstfaden selbst strahlt in dem gleichen Elementarkegel die Energie:

$$\frac{N}{2\pi} d\omega$$

aus. Nun ist:

$$\frac{l_1^2 \delta d\omega N f \cos 45^\circ}{p^2 2\pi r^2} = \frac{l_2^2 N d\omega}{n^2 2\pi}$$

und daraus:

$$d\omega \delta = \frac{l_1^2 p^2 r^2 d\omega}{l_2^2 n^2 f \cos 45^\circ} = \underline{0,273 d\omega}.$$

Mit diesem Wert hat man, nach Berücksichtigung der Schwächung durch den Keil, die mit dem Thermoelement gemessene Vergleichslichtenergie zu multiplizieren. Dann erhält man die im Elementarkegel in normaler Richtung von Phosphor ausgesandte Energie. Um die gesamte ausgestrahlte Energie des Phosphors zu berechnen, muß man indessen noch wissen, nach welchem Gesetz die Phosphorschicht ausstrahlt.

d) *Versuche über die Ausstrahlung der Phosphorfläche.*

Es erscheint zunächst möglich, daß der Phosphoreszenzfleck nach allen Richtungen gleich viel Energie ausstrahlt; in diesem Falle wäre einfach über die Kugel zu integrieren. Andererseits könnte das Phosphoreszenzlicht bereits durch die dünnsten oberen Schichten diffus heraustreten, so daß das Lambertsche Kosinusgesetz gilt. Zur Entscheidung dieser Frage stellte ich deshalb Versuche an. Sendet der Phosphor nach allen Seiten gleich viel Energie aus, so muß er, von der Seite betrachtet, heller erscheinen als von vorn, und zwar im umgekehrten Verhältnis des \cos der Visierrichtung gegen die Normale; denn die Fläche erscheint in dem direkten Verhältnis des \cos kleiner. Indessen kann man das bei Erregung mit Licht nicht beobachten. Man kann kaum annehmen, daß durch den größeren vom Licht im Phosphor zurückgelegten Weg, bei schräger Anvisierung, so viel größere Absorption des Phosphoreszenzlichtes erfolgt, daß dadurch die Erscheinung nicht wahrnehmbar wird, wenigstens nicht, wenn man sich auf nicht zu große Winkel beschränkt. Nach den Versuchen von P. Lenard¹⁾ vermag nämlich das Phosphoreszenzlicht wesentlich dickere Schichten des Phosphors merklich ungeschwächt zu durchdringen, als das erregende Licht. Indessen sind diese meine Versuche, da nicht photometriert wurde, nur orientierender Natur. Auch konnten die Verhältnisse bei der vielleicht nur $1/1000$ mm eindringenden Kanalstrahlenerregung anders liegen. Ich photographierte deshalb den von Kanalstrahlen erzeugten Phosphoreszenzfleck mit zwei vollkommen gleichen Apparaten normal und unter 45° gegen die Normale des Phosphors durch die Glasfenster des Rohres *B* und *C* (s. Fig. 1). Die Apparate waren zwei 9×12 Sonnet-Cameras der Sontheimer Nettel-Camera-Werke mit Nettel-Rapid-Aplanat. Sie wurden mir von Hrn. Photograph Sattler in Würzburg freundlichst zur Verfügung gestellt. Durch Aufnahme einer schwach erleuchteten Milchglasscheibe mit beiden Apparaten bei gleicher Expositionszeit und mit Benutzung derselben Platte überzeugte ich mich von der vollkommenen Gleichheit der Lichtstärke beider Objektive. Die Schwärzungen wurden mit einem Hartmannschen Mikrophotometer verglichen. Die gleichzeitige

1) P. Lenard, Über Lichtsummen bei Phosphoren. Heidelb. Akad. Abt. A. Abh. 5. p. 32. 1912.

Aufnahme des Phosphoreszenzfleckes aus beiden Richtungen ergab vollkommen gleiche Schwärzungen. Ich benutzte auch hier die gleiche Platte, die im Dunkeln zerschnitten und in die Kassetten eingelegt wurde, und entwickelte gleichzeitig. Man muß demnach schließen, daß das Phosphoreszenzlicht bereits durch sehr dünne Phosphorschichten diffus gemacht wird, so daß für die Ausstrahlung das Lambertsche Gesetz Gültigkeit hat.

VI. Berechnung der Versuchsergebnisse.

Die gesamte Ausstrahlung der Flächeneinheit der Phosphorschicht in der Zeiteinheit nach einer Seite ergibt sich demnach wie folgt:

$$\frac{\delta \cdot A \cdot \varepsilon \cdot a \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\pi \sin \varphi \cos \varphi d\varphi}{F}$$

Hierbei bedeutet: $\delta = 0,273$ den vom Vergleichslichtschirm reflektierten Bruchteil der auffallenden Strahlung in normaler Richtung, bezogen auf den Einheitsraumwinkel; $A = 136$ (aus der ersten Messung) die gemessene Energie des Vergleichslichtes (ohne Schwächung durch den Keil) in Skalenteilen;

$\varepsilon = 1,36$ Erg/sec die Energie, die in der Zeiteinheit auf das Thermoelement I auffallend den Ausschlag 1 Skalenteil erzeugte;

$a = 0,181$ den Bruchteil der auffallenden Energie, der vom Keil an der Stelle 55 durchgelassen wurde;

$F = 0,44 \text{ cm}^2$ die Größe des Vergleichslichtfleckes. — Man erhält hieraus:

$$\frac{\delta \cdot A \cdot \varepsilon \cdot a \cdot \pi}{F} = 65,4 \frac{\text{Erg}}{\text{sec}}.$$

Wegen der geringen Eindringungstiefe der Kanalstrahlen trat sicher die gesamte nach vorn ausgestrahlte Energie des Phosphors praktisch ungeschwächt heraus. Aber auch von der nach hinten ausgestrahlten Energie wird ein Teil durch Reflexion nach vorn austreten. Obwohl also durch Multiplikation der obigen Zahl mit 2 ein etwas zu großer Wert für die gesamte Phosphoreszenzenergie resultiert, können wir diesen Wert annehmen. Er ist sicher nicht zu klein und für die Berücksichtigung der Reflexion fehlen die nötigen Daten. Man

erhält so für die ganze von der Flächeneinheit des Phosphors ausgestrahlte Energie:

$$P = 131 \frac{\text{Erg}}{\text{sec}} = 3,10 \cdot 10^{-5} \frac{\text{gr Kal}}{\text{sec}}.$$

Die gesamte auftreffende Kanalstrahlenenergie, ebenfalls auf die Flächeneinheit bezogen, beträgt:

$$K = \frac{133 \cdot 198}{0,30} = 87800 \frac{\text{Erg}}{\text{sec}} = 2,09 \cdot 10^{-3} \frac{\text{gr Kal}}{\text{sec}}.$$

Das gesuchte Verhältnis der Phosphoreszenzenergie zur auftreffenden Kanalstrahlenenergie ist:

$$0,0015.$$

Aus der zweiten angeführten Messung berechnet sich dieser Wirkungsgrad zu:

$$0,0018.$$

Man kann also das unmittelbare Ergebnis der Messung dahin aussprechen, daß bei dem untersuchten SrBi-Phosphor nur 0,1 bis 0,2 Proz. der auffallenden Kanalstrahlenenergie in Phosphoreszenzlicht umgewandelt wird.

VII. Diskussion des Resultates.

Das Resultat der Untersuchung läßt sich auch auf die anderen Phosphore ausdehnen, soweit sie sich in ihrer spektralen Zusammensetzung nicht zu sehr von dem benutzten Phosphor unterscheiden. Besonders ist dies möglich für das ebenfalls grüne Gieselsche Zinksulfid. Diese Substanz leuchtet nach H. Baerwald¹⁾ 3,5 mal heller im Kanalstrahl als SrBi-Phosphor. Demnach wäre der Wirkungsgrad für diesen Körper 0,005. Einen Unterschied in der Wirkung der neutralen und geladenen Teilchen zu berücksichtigen, scheint unzweckmäßig. Die Arbeit von H. Baerwald, die mehr die qualitative Seite der Erscheinung studiert, liefert hier nicht genügend zuverlässige Daten. Für die Frage der Szintillationswahrnehmung ist diese Berücksichtigung deshalb ohne Belang, weil Szintillationen auch im unabgelenkten Fleck beobachtet wurden. Mit dem gewonnenen Wirkungsgrad für ZnS ergibt sich die gesamte bei einer Szintillation als Phosphoreszenzlicht ausgestrahlte Energie für ein Kanalstrahlenteilchen von $1 \cdot 10^{-8} \text{ cm/sec}$ Geschwindigkeit zu $0,4 \cdot 10^{-10} \text{ Erg}$. Da die Reizschwelle des

1) H. Baerwald I.c. p. 870. Tab. 2.

Auges ca. $2 \cdot 10^{-10}$ Erg beträgt, so würde eine Szintillation selbst dann nicht wahrgenommen werden können, wenn die gesamte bei einer Szintillation ausgestrahlte Phosphoreszenzenergie ins Auge gelangen könnte.

Das gewonnene Resultat kann also die Wahrnehmung von Szintillationen bei der Phosphoreszenzerregung durch Kanalstrahlen nicht erklären. Die Frage über die Quelle der Energie bei der Phosphoreszenzerregung wird durch die Versuche nicht entschieden.

Von Interesse ist es nun, mit demselben Wirkungsgrad die Möglichkeit von Szintillationswahrnehmungen bei dem Auftreffen von α -Strahlen nachzuprüfen. Man erhält für die bei einer Szintillation ausgestrahlte Lichtenergie:

$$\frac{4 \cdot 1,6 \cdot 10^{-24} \cdot 4 \cdot 10^{18} \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{2} = 6,4 \cdot 10^{-8} \text{ Erg.}$$

Hierbei ist

$$m = 4 \cdot 1,6 \cdot 10^{-24} \text{ gr,}$$

$$v = 2 \cdot 10^9 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$$

gesetzt.

Auf p. 1064 wurde gezeigt, daß von einer Szintillation die Energiemenge $3,2 \cdot 10^{-8}$ Erg ausgehen muß, um bei einem Augenabstand von 8 cm und einer Pupillenöffnung von 8 mm noch einen merklichen Lichteindruck hervorzurufen. Bei α -Strahlenerregung kann also auch mit bloßem Auge unter den angeführten Bedingungen ein einzelner szintillatorischer Lichtblitz bemerkt werden, wenn der Wirkungsgrad hier dieselbe Größe hat wie der bei Kanalstrahlenerregung ermittelte.

Was den Vergleich des Wirkungsgrades von Kathoden- und Kanalstrahlen anlangt, so zeigt sich, daß schnelle Kathodenstrahlen einen rund zehnmal größeren Bruchteil ihrer Energie in Phosphoreszenzlicht umsetzen als Kanalstrahlen.

Meinem hochverehrten Lehrer, Hrn. Geheimrat W. Wien, möchte ich für die Anregung zu dieser Arbeit sowie für sein dauerndes Interesse und die gütige Hilfe während derselben auf das wärmste danken.

Auch bin ich Hrn. Professor Dr. F. Harms, sowie Hrn. Privatdozent Dr. Rau für zahlreiche Ratschläge und häufigen Beistand zu großem Dank verpflichtet.

(Eingegangen 17. September 1914.)

6. *Die Widerstandsänderung des Quecksilbers zwischen 0° und 100°;*

von W. Jaeger und H. von Steinwehr.

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

In einer früheren Mitteilung¹⁾ haben wir gezeigt, daß Quecksilber-Widerstandsthermometer als reproduzierbare, empirische Temperaturskala zwischen 0° und 100° eine wertvolle Rolle spielen können. Es wurde nachgewiesen, daß zwei Thermometer dieser Art zwischen 0° und 100° innerhalb der möglichen Beobachtungsfehler das gleiche Widerstandsverhältnis hatten. Es war nun noch notwendig, den Zusammenhang der durch die Quecksilberwiderstände repräsentierten Temperaturskala mit derjenigen der Platinthermometer, bzw. mit der thermodynamischen Temperaturskala zu ermitteln. Da ferner die Quarzausdehnung genügend bekannt und für den vorliegenden Zweck ausreichend gleichartig ist, so ist dadurch auch die wahre Widerstandsänderung des Quecksilbers selbst zwischen 0° und 100° bekannt.

Zunächst mußte zu dem vorstehend angegebenen Zweck der Fundamentalabstand der Quecksilber-Widerstandsthermometer bestimmt werden, worauf dann an einigen Zwischenpunkten zwischen 0° und 100° eine Vergleichung dieser Thermometer mit einigen an die thermodynamische Temperaturskala angeschlossenen Platinthermometern erfolgte.

I. Fundamentalabstand der Quecksilberthermometer *A* und *B*.

Die Messung des Fundamentalabstandes geschah mit Hilfe der Thomsonbrücke in der aus der früheren Mitteilung ersichtlichen Weise (p. 1171 und Meßschema p. 1178). Gleichzeitig mit den Widerstandswerten der Thermometer *A* und *B* bei 0° und 100° wurde auch das Verhältnis derselben ge-

1) W. Jaeger u. H. v. Steinwehr, Ann. d. Phys. **43**, p. 1165. 1914.

Annalen der Physik. IV. Folge. 45.

messen. Die Widerstandswerte bei 0° und 100° wurden durch Vergleichung der Thermometer mit einem Normalwiderstand von 1 Ohm (Nr. 3752) bestimmt. Die Vergleichswiderstände wurden aus Büchsen und einem entsprechenden Nebenschluß (N) aus einem Widerstandskasten zusammengesetzt. In der folgenden Zusammenstellung bedeutet z. B. die Angabe $50 \parallel 100 \parallel N$ (bei Widerstand A in Eis), daß eine Büchse von 50 und eine von 100 Ohm parallel geschaltet¹⁾ und dazu noch ein Nebenschluß N gelegt ist. In folgendem ist das Schema der verschiedenen Messungen zusammengestellt:

1) A in Eis	$A : 1 = (100 + 50 \parallel 100' \parallel N + 1) : 100$
2) B in Eis	$B : 1 = (100 + 50 \parallel 100' \parallel N) : 100$
3) A in Dampf	$A : 1 = (100 + 50 \parallel N) : 100$
4) B in Dampf	$B : 1 = (100 + 50 \parallel N) : 100$
5) $A : B$ in Eis	$A : B = (100 + 5 \parallel N) : 100$
6) $A : B$ in Dampf	$A : B = (100 + 5 \parallel N) : 100$

Die Meßstromstärke betrug 0,02 Amp., die Abgleichung geschah mittels eines Kugelpanzergalvanometers. Zur Überbrückung dienten, wie früher, zwei Büchsen von je 20 Ohm.

Die Verzweigungswiderstände (z. B. 100:150 bei Nr. 3) brauchten nur relativ bekannt zu sein; die in Betracht kommenden Büchsen wurden zu diesem Zweck verglichen und dabei folgende relative Korrekturen ermittelt (bis zu den Enden der Bügel):

Büchse	Nr.	Korr. bei 18°	Temp.-Koeff. bei 18°
5 Ohm	2835	$+ 5 \times 10^{-6}$	$+ 22 \times 10^{-6}$
50 "	456	$- 35 \times 10^{-6}$	$+ 11 \times 10^{-6}$
100' "	915	$+ 10 \times 10^{-6}$	$+ 9 \times 10^{-6}$

Die beiden anderen Widerstände, von 100 Ohm, welche in jeder Meßanordnung vorkommen, bildeten einen Verzweigungswiderstand, der deshalb erheblicher von dem Sollwert abweicht.²⁾ Die Korrektion für diesen Widerstand beträgt $+442 \times 10^{-6}$. Bei jeder Messung wurden zwei Beobachtungen ausgeführt, bei

1) Die Parallel- und Hintereinanderschaltung geschah durch starke Kupferbügel (vgl. später p. 1099).

2) Vgl. l. e. Schema p. 1178.

welchen die beiden Widerstände von 100 Ohm durch Um-drehen der Verzweigungsbüchse vertauscht wurden. Die Unter-schiede der beiden Widerstände fallen dann beim Mittelwerte heraus und es kann mit der angegebenen mittleren Korrektion gerechnet werden.

Der Meßwiderstand Nr. 3752 von 1 Ohm, auf welchen die Widerstände *A* und *B* bei 0° und 100° bezogen wurden, ging mit seinem Betrag bis zu den Enden der Bügel ein. Seine Korrektion auf die Widerstandseinheit betrug $+17,9 \times 10^{-6}$, sein Temp.-Koeff. bei derselben Temperatur $+9,0 \times 10^{-6}$.

Die Messung selbst geschah wieder genau in der früher beschriebenen Weise durch sukzessive Abgleichung der Verzweigungs- und Überbrückungswiderstände in einer Haupt- und Nebenmessung, wobei der Nebenschluß für Stromlosigkeit des Galvanometers durch Interpolation mit kleinen Ausschlägen ermittelt wurde.

Dann wurden noch die zu den Verzweigungswiderständen gehörigen Zuleitungswiderstände *z* mittels des Kompensators durch Vergleichung mit einem Widerstand von 0,1 Ohm gemessen.

In der folgenden Tab. I sind die Meßergebnisse zusammen-gestellt, Spalte 3 enthält die Art der Messung, die aus den vorstehenden Angaben ohne weiteres verständlich sein wird, Spalte 4 den Barometerstand, soweit es erforderlich ist. Die Barometerstände wurden den Aufzeichnungen eines Sprung-schen Barographen entnommen, der häufig mit einem Normal-barometer verglichen wurde und dessen Angaben auf den Be-obachtungsort reduziert sind. Die in Spalte 5 angegebenen Temperaturen beziehen sich auf die Meß- und Vergleichs-widerstände, die in Petroleumbädern standen. Spalte 6 ent-hält die Widerstände der Zuleitungen und zwar bezieht sich die obere Zahl stets auf den zuerst angegebenen Widerstand. Die zur Interpolation benutzten Nebenschlüsse *N* sind in Spalte 7 angegeben; aus den zugehörigen Ausschlägen des Galvanometers (nicht angegeben) ist der in Spalte 8 enthaltene Interpolationsfaktor berechnet, aus dem sich der in Betracht kommende Nebenschluß ergibt. Aus diesem Wert und demjenigen der betreffenden Büchsen ist dann der in Spalte 9 an-gegebene Wert der Widerstandskombination erhalten. Spalte 10

Tabelle I.
Fundamentalabstand der Quecksilberthermometer A und B.

Nr.	2 Dat.	3 Bezeich- nung	4 Baron.	5 Temp.	6 Z	7 N	8 Interpo- lations- faktor	9 Wider- stands- kombi- nation	10 Resultat
1	8. Jan.	$A : B$ in Dampf	—	— 0,06937	21,05 ¹⁾ 19,1 0,06556	21,45	0,457 ₆	5 N = 4,04842	$A : B = 1,0404778$ bei 100°
2	8. Jan.	$A : 1$ in Dampf	765,92	19,12 0,06927	777	0,634	50 N = 46,9893	$A = 1,470357$ bei 100,21 ¹⁾	
3	8. Jan.	$B : 1$ in Dampf	765,69	19,45 0,06641	235,3	0,473	50 N = 41,2687	$B = 1,413158$ bei 100,21 ¹⁾	
4	12. Jan.	$B : 1$ in Eis	—	17,80 0,05748	197,7	0,542	50 100 N = 28,5425	$B = 1,285841$ bei 0°	
5	12. Jan.	$A : 1$ in Eis	—	18,49 0,06551	1785	0,480	50 100 N = 32,7384	$A = 1,837859$ bei 0°	
6	12. Jan.	$A : B$ in Eis	—	— 0,06181	21,0 ¹⁾	0,550	5 N = 4,04524	$A : B = 1,040465$ bei 0°	
7	17. Jan.	$A : B$ in Dampf	—	— 17,52 0,06547	21,4	0,517	5 N = 4,04562	$A : B = 1,040465$ bei 100°	
8	17. Jan.	$A : 1$ in Dampf	753,67	17,70 0,07052	758	0,456	50 N = 46,9248	$A = 1,469703$ bei 99,76 ¹⁾	
9	17. Jan.	$B : 1$ in Dampf	753,62	17,81 0,06629	233,5	0,497	50 N = 41,2115	$A = 1,412557$ bei 99,76 ¹⁾	
10	18. Jan.	$B : 1$ in Dampf	744,93	18,51 0,06616	282,0	0,536	50 N = 41,1626	$B = 1,412075$ bei 99,44°	
11	18. Jan.	$A : 1$ in Dampf	744,43	18,52 0,06854	745,5	0,544 ₅	50 N = 46,8737	$A = 1,469184$ bei 99,42°	
12	18. Jan.	$A : B$ in Dampf	—	— 0,06871	21,0 ¹⁾	0,475	5 N = 4,04629	$A : B = 1,040455$ bei 100°	
13	20. Jan.	$A : B$ in Eis	—	16,70 0,06118	21,0 ¹⁾	0,452	5 N = 4,04651	$A : B = 1,040465$ bei 0°	
14	20. Jan.	$A : 1$ in Eis	—	18,52 0,06450	1785	0,478 ₅	50 100 N = 32,7384	$A = 1,337853$ bei 0°	
15	20. Jan.	$B : 1$ in Eis	—	18,52 0,05853	197,5	0,505	50 100 N = 28,5399	$B = 1,28584$ bei 0°	

1) Bei dem Nebenschluß von 21 Ohm sind Korrekturen für Stössel, Zuleitung und Temperatur angebracht.

enthält schließlich die reduzierten Messungsergebnisse. Wegen der Berechnungsweise, der Berücksichtigung der Zuleitungen usw. sei auf die frühere Mitteilung verwiesen. Die Daten und Korrekturen zur Berechnung der Endwerte sind im Vorstehenden angegeben. Die geringe Erwärmung der Thermometer durch den Meßstrom ist bei allen Messungen die gleiche und fällt daher hier wie auch bei der später beschriebenen Messung der Platinthermometer heraus. Bei den Quecksilberthermometern beträgt die Meßstromstärke stets 0,02, bei den Platinthermometern 0,005 Amp.

Die in der Nähe von 100° ausgeführten Messungen der vorstehenden Tabelle sind mittels des später gewonnenen Temperaturkoeffizienten des Quecksilbers¹⁾ genau auf eine Temperatur von 100° reduziert und zu Mittelwerten vereinigt worden. Ebenso sind die Messungen von 0° zu Mittelwerten vereinigt. Die Resultate sind:

Tabelle II.

Bei 100°.

A

Nr.	<i>t</i>	bei <i>t</i> °	Korr. auf 100°	bei 100°	$\frac{A}{10^{-6}}$
2	100,22°	1,470357	-328	1,470029	-3 ₅
8	99,76 ₅	469703	+342	45	+7 ₅
11	99,42	469184	+843	27	-5

Mittel 1,470084

B

Nr.	<i>t</i>	bei <i>t</i> °	Korr. auf 100°	bei 100°	$\frac{A}{10^{-6}}$
3	100,21°	1,413153	-294	1,412859	-5 ₅
9	99,76 ₅	412557	+328	85	+13
10	99,44	412075	+783	58	-6 ₅

Mittel 1,412867

Hieraus folgt A/B bei 100° = 1,040462.

Bei 0°.

A

Nr.		<i>A</i>
5	1,337859 ₅	+2
14	53 ₅	-2

Mittel 1,337856₅

B

Nr.		<i>A</i>
4	1,285841 ₅	+3
15	33 ₇	-3

Mittel 1,285837₄

Hieraus folgt A/B bei 0° = 1,040455.

1) Es ist

$$\frac{d R_{100}}{d t} = R_{100} \frac{\alpha + 200 \beta}{1 + 100(\alpha + 100 \beta)} = 989,3 \times 10^{-6} R_{100},$$

Die direkte Messung der Werte A/B nach Tab. I ergibt folgende Zahlen:

		A/B	
Nr.	bei 100°	Nr.	bei 0°
1	1,040477 ₈	6	1,040465 ₈
7	465 ₅	18	63 ₅
12	455 ₅		
Mittel	1,040466 ₃		1,040464 ₄ ¹⁾

Stellt man die obigen, auf indirektem Wege bei 0° und 100° erhaltenen Werte von A/B mit diesen direkt gemessenen Zahlen zusammen, so erhält man folgendes Resultat:

A/B	100°		0°		Mittel
	direkt	1,040466	indirekt	462	
A/B				455	459
Mittel	1,040464		1,040460		1,040462

Die Übereinstimmung der auf verschiedenen Wegen gewonnenen Zahlen ist also eine ausreichend gute.

Für den Fundamentalabstand $100^\circ/0^\circ$ erhält man für die beiden Thermometer folgende Werte:

$$\begin{array}{c|c} 10^{-6} \\ \hline A_{100}/A_0 = 1,098798 & +3_5 \\ B_{100}/B_0 = 1,098791 & -3_5 \\ \hline \text{Mittel} = 1,098794_5 \end{array}$$

Der Mittelwert $1,098794_5$ für das Verhältnis $100^\circ/0^\circ$ ist auf Bruchteile von Hunderttausendsteln sicher gestellt. (Abweichung der Einzelwerte vom Mittel 3,5 Millionstel.)

Zur Ableitung der Temperaturformel für den Widerstand des Quecksilbers mußten nun noch zwischen 0° und 100° liegende Punkte der Kurve ermittelt werden.

Für diese Messungen, die erhebliche Zeit später ausgeführt wurden, stand leider nur das Thermometer A zur Verfügung; das andere war durch eine mechanische Störung unbrauchbar geworden.

also für Thermometer $A = 1,45_4 \times 10^{-3}$ Ohm, für $B = 1,39_8 \times 10^{-3}$ Ohm; vgl. Formel (2) p. 1105.

1) Das Verhältnis ist ein anderes, als das in der früheren Mitteilung angegebene, da das Thermometer B inzwischen zerbrach und neu montiert wurde. Bei dieser Gelegenheit wurde das Widerstandsverhältnis der Thermometer dem Wert 1 näher gebracht.

II. Bestimmung der Zwischenpunkte.

Zur Bestimmung der zwischen 0° und 100° liegenden Punkte dienten drei Platinthermometer, die von den Hrn. Holborn und Henning mittels dreier Fixpunkte (0°, 100° und Schwefelsiedepunkt) unter Annahme einer quadratischen Formel und der Temperatur 444,51° für den Schwefelsiedepunkt an die thermodynamische Skala angeschlossen worden waren¹⁾ und für den vorliegenden Zweck freundlichst zur Verfügung gestellt wurden. Diese Thermometer tragen die Bezeichnungen *H 23*, *E 1*, *E 2*.

a) *Platinthermometer*. Die Thermometer *E 1* und *E 2* sind im wesentlichen nach Art der Callendarischen Thermometer konstruiert, indem der Platinendraht (Widerstand bei 0° etwa 6 Ohm) auf ein Glimmerkreuz aufgewickelt ist, das in einem Glasrohr von 1 cm äußeren Durchmesser eingeschlossen ist. An die Enden des Platindrahtes sind nach der in der Reichsanstalt eingeführten Verbesserung im unteren Teil des Rohres Silberdrähte hart angelötet, welche zu den vier auf dem Kopf des Thermometers befindlichen Strom- und Potentialklemmen führen. Das Thermometer *H 23* besteht aus einer langen Platinschleife von demselben Widerstand, der in einem Nickelrohr von 0,5 cm äußeren Durchmesser eingeschlossen ist. Die Ansatzstellen der Zuleitungsdrähte befinden sich bei diesem Thermometer in größerer Höhe, nämlich etwa 10 cm unterhalb des Kopfes, der die Klemmen trägt. Die Gesamtlänge der Thermometer beträgt etwa 48 cm.

Für diese Thermometer waren folgende Angaben gemacht worden (Anfang 1912):

	100 α'	δ
<i>E 1</i>	0,39146	1,480
<i>E 2</i>	0,39153	1,483
<i>H 23</i> ²⁾	0,39107 ₅	1,493

Hierin ist $100 \alpha' = 100 (\alpha + 100 \beta) = (R_{100} - R_0)/R_0$ und $\delta = -10^4 \beta/(\alpha + 100 \beta)$ wenn für den Widerstand des Thermometers bei der Temperatur t gilt: $R_t = R_0 (1 + \alpha t + \beta t^2)$.

1) L. Holborn u. H. Henning, Ann. d. Phys. 35. p. 761. 1911.

2) Die Angaben für *H 23* finden sich in der Mitteilung von L. Holborn u. H. Henning, l. c. p. 770.

Es handelte sich nun zunächst darum, nochmals den Fundamentalabstand dieser Thermometer mit möglichster Genauigkeit zu ermitteln. Die Kompensatormethode, welche sonst hierfür benutzt wird, schien uns für den vorliegenden Zweck nicht genau genug, da das Widerstandsverhältnis der Kompensatoreinstellungen nicht mit der wünschenswerten Genauigkeit bekannt ist. Wir zogen es daher vor, die Widerstände der Thermometer bei 0° und 100° direkt mit Widerstandsbüchsen unter Benutzung des Differentialgalvanometers zu vergleichen. Da aber die Widerstände der Thermometer sehr erheblich von runden Beträgen abwichen, so mußte der Vergleichswiderstand für jeden Einzelfall durch einen Aufbau aus einer Anzahl von Büchsen hergestellt werden.

Z. B. wurden zur Messung des Platinthermometers *E 1* bei 0° Büchsen von 10, 20 und 100 Ohm parallel geschaltet, an die noch ein Nebenschluß (184,5 Ohm) aus einem Widerstandskasten gelegt wurde, entsprechend einem Gesamtwiderstand von 6,05 Ohm. Die benutzten Einzelwiderstände wurden an die Widerstandseinheit neu angeschlossen, so daß die Absolutwerte der Fixpunkte der Thermometer möglichst sicher bestimmt waren. Auf diese Weise kann eine eventuelle spätere Veränderung der Fixpunkte sicher festgestellt werden. Bei der Messung des Siedepunktes wurde zur Ermittelung des Barometerstandes der Sprungsche Barograph (vgl. p. 1091) benutzt. Die Messungen am 11. 7. 1912 fanden bei 762,2 mm, diejenigen vom 12. bei 763,2 mm Barometerstand statt. Im folgenden sind die Resultate für 100° und 0° und die daraus abgeleiteten Werte $R_{100} - R_0$ und $100(\alpha + 100\beta) = 100\alpha'$ zusammengestellt. Daneben ist die Abweichung der Einzelwerte vom Mittel in Hunderttausendsteln des Wertes angegeben.

Fundamentalabstand der Pt-Thermometer

E 1, E 2, H 23

am 11. und 12. 7. 1912

Widerstand bei 100°

	<i>H 23</i>	10^{-6}	<i>E 1</i>	10^{-6}	<i>E 2</i>
11. 7. 1912	8,13328	+ 1	8,41214 ₅	+ 1	8,23641 ₅ Ohm
	25	- 2 ₅	06	- 9	
12. 7. 1912	28	+ 2	19 ₅	+ 7 ₅	
Mittel	8,13327		8,41218 ₅		8,23641 ₅ Ohm

Widerstand bei 0°						
	<i>H 23</i>	$\Delta 10^{-5}$	<i>E 1</i>	$\Delta 10^{-5}$	<i>E 2</i>	$\Delta 10^{-5}$
11. 7. 1912	5,846726	- 0,3	6,045261	- 0,1	5,91889 ₀	- 0,2
	816	+ 0,1				
12. 7. 1912	818	+ 0,1	23 ₂	+ 0,2	90 ₅	+ 0,1
Mittel	5,84681		6,04527		5,91890	Ohm
$R_{100} - R_0$	2,28646		2,36686 ₅		2,31751 ₅	
100 α'	0,391061		0,391528		0,391545	

Die Werte für 100 α' sind in ausreichender Übereinstimmung mit den früher auf anderen Wegen ermittelten Zahlen, die weiter oben angegeben sind (vgl. p. 1095).

Der Nullpunkt der drei Platinthermometer wurde später nach Beendigung der Messungen nochmals kontrolliert und zwar durch Vergleichung mit einer aus Büchsen von 5 und 1 Ohm zusammengesetzten Widerstandsanordnung von 6 Ohm, wobei auch die Einzelbüchsen wieder an die Widerstandseinheit angeschlossen wurden. Die Messung geschah diesmal, da es sich um Vergleichung von Widerständen handelte, die sehr nahe gleich waren, mittels des Diesselhorstschen Kompensators von 10 Ohm. Die Einstellungen des Kompensators für das Platinthermometer (*P*) und den Vergleichswiderstand (*V*) waren daher nahe gleich, so daß die Kompensationswiderstände im wesentlichen herausfielen. Z. B. betrug bei *E 1* der Kompensationswiderstand 9,60 und 9,58 Ohm für *V* und *P*. Es ergaben sich folgende Werte für den Widerstand bei 0°. Die in der untersten Reihe enthaltenen Zahlen sind die Differenzen gegen die früher gemessenen Werte. Die Abnahme der Widerstände in den 16 Monaten ist verhältnismäßig geringfügig und besonders bei *E 1* und *E 2* in den Grenzen, die auch im allgemeinen bei Normalwiderständen gelten.

Nullpunktstmessung von *H 23*, *E 1*, *E 2*
am 24. 11. 1913

<i>H 23</i>	<i>E 1</i>	<i>E 2</i>	
5,84653 ₅	6,04515 ₈	5,91873 ₆	Ohm
- 4,7	- 1,8	- 2,8 $\times 10^{-5}$	Abnahme des Nullwiderstandes vom 11. 7. 1912 bis 24. 11. 1913

Bei der im folgenden beschriebenen Messung an den Zwischenpunkten wurde daher zur Berechnung der thermo-

dynamischen Temperatur aus den Angaben der Platinthermometer die nachstehenden Konstanten benutzt, die aus den oben angeführten Ergebnissen abgeleitet sind.

	H 23	E 1	E 2
$100 \alpha' = (R_{100} - R_0) / R_0$	0,391061	0,391523	0,391545 Ohm
R_0	5,84653 _b	6,04515 _b	5,91873 _a "
δ	1,493	1,480	1,483 "

b) *Vergleichung der Thermometer an den Zwischenpunkten.* Die Vergleichung der Thermometer wurde bei 18, 23 und 50° ausgeführt und zwar in dem früher beschriebenen Kalorimeter, wobei sich das Quecksilberthermometer *A* und die beiden Platinthermometer *E 1* und *E 2* dicht beieinander in der mittleren Öffnung des Kalorimeters befanden, während das dritte Platinthermometer *H 23* in der seitlichen Öffnung angebracht war, also in einiger Entfernung von den anderen Thermometern. Um die Temperatur des Wassers möglichst konstant zu halten, wurde auch der Mantel des Kalorimeters mittels eines Thermostaten auf der gewünschten Temperatur festgehalten.

Das Quecksilberthermometer *A* wurde dann bei jeder Temperatur mit den drei Platinthermometern hintereinander verglichen.

Doch erschien hierbei eine gleichzeitige Messung der beiden zu vergleichenden Thermometer mittels der Thomsonbrücke, wie es in der früheren Mitteilung angegeben ist, wegen der sehr voneinander abweichenden Werte der Widerstände zu unbequem. Es wurde daher auf eine direkte Vergleichung mittels einer Nullmethode verzichtet und die Messung in folgender Weise von zwei Beobachtern gleichzeitig vorgenommen.

Das Quecksilberthermometer wurde mit einem gleich großen, aus Widerstandsbüchsen zusammengesetzten Widerstand mittels des Differentialgalvanometers von dem einen Beobachter verglichen, während eines der Platinthermometer zu derselben Zeit mittels des Kompensators¹⁾ mit einem ebenfalls aus Büchsen

1) Bequemer wäre auch hier, wie sich herausstellte, die Messung mit dem Differentialgalvanometer erfolgt.

zusammengesetzten nahe gleich großen Widerstand von dem zweiten Beobachter verglichen wurde.

Die Vergleichswiderstände wurden in der bei der Messung benutzten Kombination mittels der Wheatstonebrücke auf die Widerstandseinheit zurückgeführt, so daß die gemessenen Widerstände so genau wie möglich absolut bekannt waren.

An einem Beispiel soll die Meßmethode näher erläutert werden. (Vergleichung von A mit $E2$ bei 23° am 10.12.1913.)

Der Widerstand von A betrug ca. 1,37 Ohm; daher wurde folgende Widerstandsanordnung als Vergleichswiderstand in der Kohlrauschschen Differentialmethode gewählt: $R = 1,5 \parallel 16 \parallel N$ (d. h. 1,5 Ohm parallel 16 Ohm mit dem Nebenschluß N , der durch die Messung ermittelt wurde). Die Anordnung ist in der aus Fig. 1 ersichtlichen Weise aus Widerstandsbüchsen von

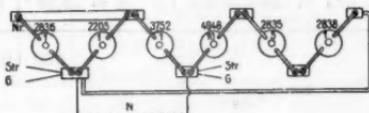


Fig. 1.

1,5 und 16 Ohm und einem Widerstandskasten (N) aufgebaut. Der Widerstand 0,5 Ohm wurde durch die Parallelschaltung der Büchsen Nr. 2836 und 2205 hergestellt, die mittels starker Kupferbügel verbunden wurden. Str und G bezeichnen die Zuleitungsstellen für Strom und Galvanometer, durch welche der Vergleichswiderstand definiert ist. In dieser gleichen Anordnung wurde der Gesamtwiderstand dann mittels der Wheatstonebrücke auf die Widerstandseinheit, d. h. auf eine bekannte Büchse von 1 Ohm zurückgeführt. Dabei wurden als Verzweigungswiderstände solche von mindestens 100 Ohm genommen (z. B. 100:140), die durch Nebenschluß auf das zu messende Verhältnis abgeglichen wurden; die Zuleitungen zu diesen Widerständen wurden wieder mit dem Kompensator gemessen und in Rechnung gezogen. Hierauf braucht nicht näher eingegangen zu werden.

Für das Platinthermometer $E2$ diente im vorliegenden Fall als Vergleichswiderstand die Kombination $10 \parallel 20$ Ohm; dieselbe Kombination wurde bei 18° benutzt, bei 50° dagegen

7 Ohm ($5 + 1 + 1$). Die Widerstände der Kombinationen sind in derselben Weise wie oben auf die Einheit zurückgeführt.

Im folgenden sind die Messungen für das oben angegebene Beispiel zusammengestellt; die Erläuterungen dazu sind nach dem Beispiel gegeben.

Beispiel einer Thermometervergleichung.

10. 12. 1913; Hg-Thermometer *A* verglichen mit Pt-Thermometer *E* bei 23° .

a) Quecksilberthermometer *A* minus $1,5 \parallel 16 \parallel N$.

Messung mit dem Differentialgalvanometer; Meßstrom 0,02 Amp.

Temp. des Widerstandes $1,5 \parallel 16 = 19,38^\circ$; $1^h 42$.

Zeit	N = 350			360 Ohm
	Lage		150 Skalenteile	126 "
Galv.-	I	II		
1 ^h 37			107	150 Skalenteile
			170	"
	Diff.		-63	+24 "
Hauptstrom kommutiert				
1 ^h 41	II		175	129 Skalenteile
	I		113	161 "
	Diff.		-62	+32 "
Mittel 1 ^h 39			-62,5	+28 Skalenteile
			90,5	"

Hieraus berechnet sich $1/N$ durch Interpolation:

$$\frac{28}{90,5} \cdot 79 = \frac{24,5 \times 10^{-6}}{2778,0 \times 10^{-6}} \\ \frac{2802,5 \times 10^{-6}}{729172,8 \times 10^{-6}}$$

Hierzu kommt $729172,8 \times 10^{-6} = 1/(1,5 \parallel 16)$

$$731975,8 \times 10^{-6} = 1/R_t$$

$$R_t = 1,366167 \text{ bei } 18^\circ$$

$$+ 28 \text{ Temp.-Korr.}$$

Resultat: $A = 1,366195$ für $1^h 39$

b) Pt-Thermometer E2.

Messung mit Diesselhorstschem Kompensator; Thermometer-
meßstrom = 0,005 Amp.

Vergleichswiderstand 10||20; Temp. = 19,38°; 1h 43,5.

Zeit	Kompensator-Einstellung für	
	E 2	R'
1h 38	9,2456 ₅	—
39,5	—	9,5348 ₃
40,5	57 ₃	—
41	—	48 ₃
42	57 ₇	—
43	—	48 ₉
Mittel 1h 41	9,2457 ₂	9,5348 ₅

Berechnung:

$$R' = \left\{ \begin{array}{l} 6,666666 \\ -386 \text{ Widerst.-Korrekt.} \\ +129 \text{ Temp.-Korr.} \end{array} \right. \\ \underline{6,666409}$$

Hieraus folgt für E2: Widerstand $R'_t = 6,464260$

$$R'_0 = 5,918736$$

$$R'_t - R'_0 = 0,545524$$

$$t_p = 100 \frac{R'_t - R'_0}{R'_{100} - R'_0} = \frac{54,5524}{2,317515} = 23,539^\circ$$

Korr. für E2 — 265 bei 23,3°

Resultat: 1h 41; E2: 23,274°

NB.: Die fettgedruckten Angaben sind in der Zusammenstellung der Resultate (Tab. III) aufgenommen.

Erläuterungen zu vorstehendem Beispiel.

Bezüglich der Messungen des Quecksilberthermometers A mittels des Differentialgalvanometers sei auf die frühere Mitteilung über diese Methode hingewiesen.¹⁾ Im vorliegenden Falle fand eine Interpolation zwischen den Nebenschlüssen 350 und 360 Ohm statt, die parallel zu der Kombination 1,5||16 lagen. Dabei wurden die Ausschläge des Galvanometers (Kugelpanzer) in den beiden Lagen I und II des sechsnäpfigen Kommutators gemessen; dann erfolgte eine Wiederholung derselben Messung mit kommutiertem Hauptstrom. Im Mittel ergab

1) W. Jaeger, Ztschr. f. Instrumentenkunde 24. p. 288. 1904;
vgl. das Beispiel p. 292 daselbst.

sich für 350 Ohm ein Ausschlag von $-62,5$, für 360 Ohm ein solcher von $+28$ Skalenteilen. (In Summa 90,5 Sktle.) Die Interpolation zwischen den reziproken Werten der Nebenschlüsse gibt: $28/90,5 \cdot 79 \times 10^{-6} = 24,5 \times 10^{-6}$. Dies zu dem reziproken Wert von 360 addiert, liefert $1/N = 2802,5 \times 10^{-6}$. Der reziproke Wert der Widerstandskombination $1,5 \parallel 16$ bei 18° ist $729172,8 \times 10^{-6}$, so daß man erhält $1/R_i = 731975,3 \times 10^{-6}$, somit $R_i = 1,366167$ Ohm. Hierzu kommt noch eine Temperaturkorrektion wegen der Temperatur des Vergleichswiderstandes ($19,38^\circ$ statt 18°) von $+28$ Millionstel Ohm, so daß sich schließlich als Resultat der Messung der fett gedruckte Wert für A und zwar bei der mittleren Zeit $1^h 39^m$ ergibt.

Die Messung des *Platinthermometers* wurde in der Weise angestellt, daß abwechselnd der dem Vergleichswiderstand $R' = 10 \parallel 20$ Ohm und der dem Platinthermometer entsprechende Widerstand des Kompensators eingestellt wurde.

Die Kompensatorwiderstände sind mit den zugehörigen Zeiten in dem Beispiel angegeben; als Mittelwerte ergeben sich bei $1^h 41^m$ für $E2$ 9,2457₂ Ohm, für R' 9,5348₅ Ohm (die letzte kleine Ziffer ist dabei durch Interpolation aus den Ausschlägen des Galvanometers — Drehspulgalvanometer von kleinem Widerstand — ermittelt). Der Wert von R' ist unter Berücksichtigung der Widerstands- und Temperaturkorrektion 6,666409 Ohm, so daß man für $E2$ erhält: $R'_i = 9,2457_2 \times 6,666409 / 9,5348_5$. Hieraus berechnet sich dann die PlatinTemperatur unter Beachtung der p. 1098 angegebenen Konstanten des Thermometers (R_0 und $100 \alpha'$) zu $23,539^\circ$, woran schließlich noch zur Reduktion auf die thermodynamische Skala die Korrektion

$$\frac{\delta}{4} \left[1 - \left(\frac{t - 50}{50} \right)^2 \right] = -0,265^\circ$$

anzubringen ist. Auf diese Weise erhält man die fett angegebene Temperatur $23,274^\circ$ bei $1^h 41^m$.

Die so erhaltenen Ergebnisse der Messung sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt. Am 24. 11. 1913 ist das Quecksilberthermometer nochmals bei 0° gemessen worden; dieser Wert ist für die Ausgleichung der Beobachtungen zugrunde gelegt worden.

1) Vgl. Ann. d. Phys. 43. p. 1166. Anm. 2.

Tabelle III.
Resultate der Messung.

Hg-Thermometer A					Temperatur		
Datum	Zeit	Ohm	Red.	$\frac{\Delta}{10^{-6}}$	Pt-Therm.	Zeit	Temp.
1913 24. Nov.	—	1,337792	—	—	bei 0°		0°
18. Dez.	12 ^h 46	1,359734	44	0	E 1	12 ^h 46	18,086 ₅ °
	58	743	54	+7	E 2	56	087
	1 ^h 05	750	35	+7	H 23	1 ^h 06	107 ₅
	18	751	45	0	E 1	13	100
	Mittel 1,359744				Mittel 18,095°		
10. Dez.	1 ^h 27	1,366183	77	-10	H 23	1 ^h 30	23,285°
	39	195	03	+9	E 2	41	274
	47	195	92	-1	E 1	49	282
	Mittel 1,366191				Mittel 23,280°		
13. Nov.	2 ^h 20	1,400007	24	-7	E 2	2 ^h 16	49,589°
	36	021	31 ₅	-2	E 1	35	594
	57	075	47	+9	H 23	57	623
	Mittel 1,400034				Mittel 49,602°		

Die in der Spalte „Red.“ angeführten Zahlen sind die auf die Mitteltemperatur jeder Serie (18,095°; 23,280°; 49,602°) mittels der später berechneten Temperaturkoeffizienten reduzierten Zahlen, welche zeigen, in welcher Weise die Einzelmessungen voneinander abweichen. Die Differenzen vom Mittel in 10^{-6} des Wertes sind in der Spalte Δ angegeben. Die mittlere Abweichung einer Messung beträgt etwa 5 Millionstel, entsprechend ebensoviel tausendstel Grad. Die Mittelwerte sind entsprechend genauer, sie besitzen etwa eine Genauigkeit von wenigen Millionsteln des Wertes, was auch durch die Ausgleichung bestätigt wird (vgl. p. 1105).

III. Berechnung der Beobachtungen.

Die in der Tab. III enthaltenen Beobachtungen sind unter Benutzung des im Januar 1910 gefundenen Fundamentalabstandes (p. 1094), dessen zeitliche Konstanz nach allen früheren Erfahrungen vorausgesetzt werden darf, nach der Methode der

kleinsten Quadrate ausgeglichen worden. Dabei wurde für die Widerstandsänderung des Quecksilbers die quadratische Formel:

$$(1) \quad R_t = R_0 + a t + b t^2 = R_0 (1 + \alpha t + \beta t^2)$$

zugrunde gelegt, in der die Konstanten R_0 , a und b durch Ausgleichung berechnet wurden. Über die bei der Ausgleichung benutzten Werte von 0° und 100° ist noch folgendes zu bemerken:

Der Nullpunkt des Quecksilberthermometers A ist im Januar 1910 und November 1913 bestimmt worden. Die beiden Messungen:

Januar 1910, $R_0 = 1,337856$ Ohm,

Novbr. 1913, $R_0 = 792$ „

$$\text{Diff.} = -64 \times 10^{-6} \text{ Ohm} = 48 \times 10^{-6} \text{ des Wertes,}$$

weichen um etwa fünf Hunderttausendstel des Wertes voneinander ab. Die Abnahme des Widerstandes um diesen Betrag ist in Anbetracht des langen Zeitraums (fast 4 Jahre) nicht erheblich, obwohl bei den als Quecksilberkopien benutzten Widerständen ähnlicher Art¹⁾ eine solche Veränderung nicht beobachtet worden ist. Es mag dies damit zusammenhängen, daß die Kopien niemals erheblich über Zimmertemperatur erwärmt worden sind. Danach würde also hier vielleicht eine elastische Nachwirkung des Quarzes anzunehmen sein, die aber wie diejenige der Glathermometer wohl allmählich verschwinden wird.

Bringt man die Abnahme des Nullpunktes von 64×10^{-6} Ohm auch an dem im Januar 1910 beobachteten Siedepunkt des Quecksilberthermometers an, so erhält man dafür statt 1,470034 Ohm den Wert 1,469970 Ohm. Diese Zahl ist der Ausgleich zugrunde gelegt. Die folgende Tab. IV enthält die Ergebnisse der Ausgleichung. Den beobachteten Werten in Spalte 2 sind die nach der untenstehenden Formel 2, durch die Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate erhaltenen Zahlen gegenübergestellt (Spalte 3). Die letzte Spalte 4 enthält die Differenzen (Beob.-Rechn.) in Millionsteln des Wertes; t ist die thermodynamische, aus den Messungen mit den drei Platinthermometern abgeleitete Temperatur.

1) Zeitschr. f. Instrumentenkunde 33, p. 298, 1913. Dort betrug die Abnahme in 2 Jahren nur Bruchteile eines Hunderttausendstel des Wertes.

Tabelle IV.

1 <i>t</i>	2 Beob.	3 Rechn.	4 (2-3) 10^{-6}
0°	1,337792	92	0
18,095	1,359744	42	+ 2
23,280	1,366191	92	- 1
49,602	1,400034	35	- 1
100,000	1,469970	70	0

Die den berechneten Werten zugrunde gelegte Formel, die „scheinbare Widerstandsänderung des Quecksilbers im Quarzglas“ ist:

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{l} R_t = 1,337792 + 0,0011890258 t + 0,0000013275 t^2 \\ \quad = R_0 (1 + 888,79 \times 10^{-6} t + 0,99229 \times 10^{-6} t^2). \end{array} \right.$$

Diese Beziehung dient also zur Zurückführung der durch die Quecksilberthermometer angezeigten Temperatur auf die thermodynamische Temperaturskala.

Die Differenzen zwischen den berechneten und beobachteten Zahlen betragen durchschnittlich nur ein Millionstel des Wertes, entsprechend den auf p. 1103 gemachten Angaben über die Genauigkeit der Messungen, so daß das Resultat als auf ein Millionstel sichergestellt angesehen werden kann. Das gute Ergebnis der Ausgleichung zeigt, daß sowohl die Beobachtungen recht genau, als auch daß die Temperaturen im Kalorimeter sehr gleichmäßig sind. Ferner folgt daraus auch, daß sowohl für das Platin- wie für das Quecksilberthermometer eine quadratische Temperaturformel für den Verlauf der Widerstandsänderung zwischen 0° und 100° angenommen werden darf.

Die oben angegebene Formel gibt die „scheinbare Widerstandsänderung“ des Quecksilbers im Quarzglas. Will man daraus die Widerstandsänderung bei konstanter Form der Quecksilbersäule berechnen, so ist noch die lineare Ausdehnung des Quarzglases zu berücksichtigen. Dieselbe geht nach folgender Formel vor sich:

$$(3) \quad l_t = l_0 (1 + 0,853 \times 10^{-6} t + 0,00131 \times 10^{-6} t^2),$$

wenn die Mittelwerte der Beobachtungen von Chappuis und Scheel zugrunde gelegt werden.¹⁾ Diese Korrektion beträgt noch nicht $1/2$ Promille der Widerstandsänderung, so daß die

1) Vgl. K. Scheel, Zeitschr. f. Instrumentenkunde 32, p. 18. 1912.

kleinen Unterschiede der verschiedenen Quarzsorten nicht mehr ins Gewicht fallen.

Man erhält dann für die „*wahre Widerstandsänderung*“ des Quecksilbers die folgende Formel:

$$(4) \quad R'_t = R_0 (1 + 889,15 \times 10^{-6} t + 0,99360 \cdot 10^{-6} t^2).$$

IV. Zusammenstellung der Resultate und Vergleich mit früheren Beobachtungen.

a) Für die *Quecksilber-Quarz-Widerstandsthermometer* ergeben sich nach Formel (2) zur Reduktion auf die thermodynamische Skala folgende Werte:

$$(5) \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha = + 888,797 \times 10^{-6}, \quad 100 \alpha' = 0,0988026 \\ \beta = + 0,99229 \times 10^{-6}, \quad \delta = - 10,043_5 \end{array} \right.$$

Die Abweichung des Thermometers von der thermodynamischen Skala beträgt somit bei 50° : $\delta/4 = - 2,511^\circ$, also ca. 7 mal soviel als bei dem Platinthermometer ($\delta/4 = + 0,37^\circ$) und geht nach der anderen Seite, d. h. die von dem Quecksilberthermometer angegebene Temperatur ist zwischen 0° und 100° zu niedrig. Die Widerstandsänderung zwischen 0° und 100° ($100 \alpha'$) beträgt für das Quecksilberthermometer ungefähr nur den vierten Teil derjenigen des Platinthermometers, so daß das erstere im allgemeinen für thermometrische Messungen wenig geeignet ist. Dafür hat es den Vorteil, daß man nur bei *einer* Normaltemperatur (z. B. 0°) den Widerstand zu messen braucht, um die zur Berechnung der Temperatur nötigen Konstanten zu ermitteln. Im wesentlichen wird es aber nur als reproduzierbare Temperaturskala zwischen den früher angegebenen Grenzen in Frage kommen, erfüllt aber die hierzu erforderlichen Bedingungen wie es scheint in hohem Maße.

b) Für die *wahre Widerstandsänderung* des Quecksilbers (also bei ungeänderter Form der Quecksilbersäule) kommen die Koeffizienten der Formel (4):

$$(6) \quad \alpha = 889,15 \times 10^{-6}, \quad \beta = 0,99360 \times 10^{-6} \quad (\delta = 10,051_5)$$

in Betracht. Die gleiche Größe ist früher, wenn auch nicht bis 100° , öfter bestimmt worden.

In der Reichsanstalt¹⁾ wurde vor mehr als 20 Jahren die Widerstandsänderung des Quecksilbers in Jenaer Glas 16^{III} zwischen 0° und 30° gemessen, da die damals hierfür bekannten Werte sehr stark differierten (vgl. die graphische Darstellung

1) D. Kreichgauer u. W. Jaeger, Wied. Ann. 47. p. 513. 1892.

der Fig. 9, l. c.). Zu gleicher Zeit wurde von Guillaume¹⁾ eine sehr sorgfältige Bestimmung der Widerstandsänderung des Quecksilbers in „verre dur“ zwischen 0° und 62° vorgenommen, welche in vorzüglicher Übereinstimmung mit den Ergebnissen der Reichsanstalt war. Guillaume hat später²⁾ die Messungen der Reichsanstalt noch besser ausgeglichen, wodurch die Übereinstimmung noch größer wurde. Die ursprünglich von der Reichsanstalt angegebenen Konstanten für die wahre Widerstandsänderung des Quecksilbers:

$$(7) \quad \alpha = 882,7 \times 10^{-6}, \quad \beta = 1,26 \times 10^{-6}$$

werden nach seiner Berechnung:

$$(8) \quad \alpha = 888,4 \times 10^{-6}, \quad \beta = 1,01 \times 10^{-6}.$$

Die Beobachtungen von Guillaume selbst, die wie diejenigen der Reichsanstalt auf die Wasserstoffskala reduziert sind³⁾, werden durch zwei Formeln wiedergegeben, die den zwei verschiedenen Methoden, die Guillaume benutzte, entsprechen. Die einzelnen Konstanten und der im folgenden, wie von Guillaume selbst benutzte Mittelwert sind:

$$(9) \quad \left. \begin{array}{l} \alpha = 887,45 \times 10^{-6}, \quad \beta = 1,0182 \times 10^{-6} \\ 888,79 \quad " \quad \quad \quad 0022 \quad " \end{array} \right\} \quad \text{Mittel } \alpha = 888,1 \times 10^{-6}, \quad \beta = 1,01 \times 10^{-6}$$

Die mit diesen Konstanten (für die wahre Widerstandsänderung des Quecksilbers):

Beobachter	Rohrmaterial	α	β	Gültigkeitsintervall
P.T.R. 1892 . .	Jen.Glas 16 ^{III}	$888,4 \times 10^{-6}$	$1,01 \times 10^{-6}$	zwischen 0° u. 29°
Guillaume 1892	verre dur	888,1 "	1,01 "	" 0°, 62°
P.T.R. 1914 . .	Quarzglas	889,15 "	0,9936 "	" 0°, 100°

berechneten Werte für $1 + \alpha t + \beta t^2$ sind von 10 zu 100 in Tab. V zusammengestellt, wobei die extrapolierten Zahlen von Guillaume (oberhalb 60°) eingeklammert sind.

1) Ch. E. Guillaume, Compt. rend. 115. p. 414. 1892.

2) Ch. E. Guillaume, Compt. rend. 116. p. 51. 1893.

3) Bei Guillaume wurde hierbei die von Benoit und Chappuis bestimmte Ausdehnung des Glases verre dur, bei der Reichsanstalt die von Thiesen und Scheel ermittelte Ausdehnung des Jenaer Glases 16^{III} benutzt und für die Reduktion der aus den gleichen Gläsern bestehenden Quecksilberthermometer die von Chappuis für verre dur gefundenen Reduktionen auf die Wasserstoffskala (échelle normale).

Tabelle V.

$$1 + \alpha t + \beta t^2$$

t	P.T.R. 1892 (1)	P.T.R. 1914 (2)	Guillaume 1892 (3)	10^{-6} (2-3)
0°	1,000000	1,000000	1,000000	0
10	1,008985	1,008991	1,008982	+ 9
20	1,018172	1,018180	1,018166	+ 14
30	1,027561	1,027569	1,027552	+ 17
40		1,037158	1,037140	+ 16
50		1,046942	1,046930	+ 12
60		1,056926	1,056922	+ 4
70		1,067109	(1,067116)	
80		1,077491	(1,077512)	
90		1,088072	(1,088110)	
100		1,098851	(1,098910)	

Die Übereinstimmung der verschiedenen Resultate ist wie man sieht eine sehr gute; die Abweichungen (letzte Spalte) betragen innerhalb des Gültigkeitsbereichs der Messungen durchschnittlich nur ein Hunderttausendstel, so daß man in Anbetracht der ganz verschiedenen Methoden und zu den Messungen benutzten Hilfsmittel die Widerstandsänderung des Quecksilbers zwischen 0° und 100° jetzt als sichergestellt ansehen kann. Die früheren Beobachtungen weichen dagegen z. T. sehr erheblich ab (vgl. die p. 1107 angeführte graphische Zusammenstellung). So sei beispielsweise nur erwähnt, daß die früher vielfach zu Reduktion der bei 20° vorgenommenen Widerstandsmessungen von Quecksilbernormalen auf 0° benutzten Konstanten von Mascart, de Nerville und Benoit¹⁾ eine Abweichung von etwa 2,5 Zehntausendstel ergeben; z. T. sind die Abweichungen noch erheblich größer. Diese Abweichungen dürften wohl hauptsächlich darauf zurückzuführen sein, daß die thermometrischen Grundlagen der Messungen nicht genügend richtig waren, was für die im Bureau international und in der Reichsanstalt ausgeführten Messungen dagegen sicher nicht der Fall ist.

1) E. Mascart, F. de Nerville u. R. Benoit, Fortschr. d. Phys. (II), p. 655. 1884.

(Eingegangen 28. Juli 1914.)

9
4
7
6
2
4

7. Über den Polarisationszustand des
an einem metallischen Schirm gebeugten Lichtes;
von R. Schachenmeier.

Die von W. Wien¹⁾, Gouy²⁾ und Maey³⁾ beobachteten Beugungerscheinungen weisen Eigentümlichkeiten auf, welche noch nicht alle ihre restlose Erklärung gefunden haben. Aufgabe der Theorie ist es, den Einfluß der Schirmform einerseits, den des Schirmmaterials andererseits zu berechnen und ihre Anteile an der Beugungerscheinung zu trennen.

Läßt man auf einen metallischen Schirm mit geradliniger, mehr oder weniger scharfer Schneide ein fokales Lichtbündel fallen, so, daß sein Brennpunkt auf der Schneide liegt, so wird gebeugtes Licht in allen vom Brennpunkt ausgehenden Richtungen bis zu sehr großen Beugungswinkeln beobachtet. Es soll uns hier die Eigenschaft des gebeugten Lichtes beschäftigen, daß dasselbe elliptisch polarisiert ist, wenn geradlinig, schießt zur Schneide, polarisiertes Licht einfällt.²⁾ Wir werden zeigen, daß diese Erscheinung aus der Theorie folgt, wenn der Schirm als absoluter Leiter vorausgesetzt wird. Sie ist also im wesentlichen eine Wirkung der Schirmform.

Die Querschnitte des Schirmes senkrecht zur Schneide dürfen einander kongruent angenommen werden. Ferner liegt das einfallende Bündel stets in einer zur Schneide senkrechten Ebene. Dasselbe ist mit den Strahlen des gebeugten Lichtes der Fall. Hat also die z -Achse eines Koordinatensystems die Richtung der Schneide, so ist der ganze Vorgang von der z -Koordinate unabhängig. Den Koordinatenanfangspunkt legen wir in den Brennpunkt. In der xy -Ebene benutzen wir auch

1) W. Wien, Wied. Ann. 28. p. 117. 1886; Berl. Sitzungsber. p. 817. 1885.

2) M. Gouy, Compt. rend. 96. p. 697. 1883; 98. p. 1573. 1884.

3) E. Maey, Wied. Ann. 49. p. 69. 1893.

Polar
(6)
siert
(7)
A, Glei
(8)
We
(9)
ψ
der
sich
(10)
von
(11)
Da
über
(11)
für
ste
(11)
ve
B
g

Polarkoordinaten ρ (= Radiusvektor), ω (= Azimut) mit demselben Nullpunkt.

Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes steht schief zur xy -Ebene. Zerlegt man die Schwingung in ihre beiden Komponenten senkrecht und parallel zur Schneide und berechnet deren Verhalten gesondert, so erhält man einfache Randbedingungen. Ist nämlich das einfallende Licht senkrecht zur Schneide polarisiert, so gilt für die Komponenten X, Y, Z des elektrischen Vektors $X = 0, Y = 0$; nur Z ist von 0 verschieden. Auf der Schirmoberfläche aber muß $\bar{Z} = 0$ sein, weil die elektrischen Kraftlinien auf einem absoluten Leiter (als welcher der Schirm vorausgesetzt wird) senkrecht stehen. Ist Z dieser Bedingung gemäß gefunden, so erhält man den magnetischen Vektor A, B, C aus den Maxwell'schen Gleichungen:

$$(1) \quad \frac{\partial A}{\partial t} = -c \frac{\partial Z}{\partial y}, \quad \frac{\partial B}{\partial t} = c \frac{\partial Z}{\partial x}, \quad C = 0,$$

worin c die Lichtgeschwindigkeit und t die Zeit bedeuten. Man berücksichtige nämlich, daß Z, A, B, C harmonische Funktionen der Zeit sind, also z. B.

$$(2) \quad Z = \cos \nu t \cdot \varphi + \sin \nu t \cdot \psi.$$

Dabei ist $\nu = 2\pi/\lambda \cdot c$, wo λ die Wellenlänge des Lichtes bedeutet. Hieraus und aus (1) folgt nun:

$$(3) \quad A = \cos \nu t \cdot \frac{c}{\nu} \frac{\partial \psi}{\partial y} - \sin \nu t \cdot \frac{c}{\nu} \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \text{ usw.}$$

Ist die einfallende Welle parallel zur Schneide polarisiert, so bietet sich der magnetische Vektor als bequemer dar. Es gilt nämlich dann $A = B = 0$, während C von 0 verschieden und an der Schirmoberfläche $\bar{\partial}C/\partial n = 0$ sind. Dabei ist \bar{n} die Richtung der Normalen an die Schirmoberfläche. Ist C entsprechend dieser Bedingung bestimmt, so ergeben sich die elektrischen Komponenten wieder aus den Maxwell'schen Gleichungen,

$$(4) \quad \frac{\partial X}{\partial t} = c \frac{\partial C}{\partial y}, \quad \frac{\partial Y}{\partial t} = -c \frac{\partial C}{\partial x}, \quad Z = 0.$$

Da C die Gestalt

$$(5) \quad C = \cos \nu t \cdot \varphi_1 + \sin \nu t \cdot \psi,$$

haben muß, so folgt

$$(6) \quad X = -\cos \nu t \cdot \frac{c}{\nu} \frac{\partial \psi_1}{\partial y} + \sin \nu t \frac{c}{\nu} \frac{\partial \varphi_1}{\partial y}, \text{ usw.}$$

Betrachten wir zunächst das senkrecht zur Schneide polarisierte Licht, so genügt Z einer Differentialgleichung

$$(7) \quad \frac{\partial^2 Z}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Z}{\partial y^2} \right).$$

A, B, C erfüllen Gleichungen von derselben Form. Diese Gleichung schreibt sich in Polarkoordinaten

$$(8) \quad \frac{\partial^2 Z}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{\partial^2 Z}{\partial \varrho^2} + \frac{1}{\varrho} \frac{\partial Z}{\partial \varrho} + \frac{1}{\varrho^2} \frac{\partial^2 Z}{\partial \omega^2} \right).$$

Wegen (2) folgt nun

$$(9) \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \varrho^2} + \frac{1}{\varrho} \frac{\partial \varphi}{\partial \varrho} + \frac{1}{\varrho^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \omega^2} + \alpha^2 \varphi = 0.$$

ψ genügt derselben Gleichung.

Jede Lösung dieser Differentialgleichung (9), welche in der Umgebung des Nullpunktes endlich und stetig ist, lässt sich in eine Reihe nach den partikulären Lösungen

$$(10) \quad J_k(\alpha \varrho) \cos k \omega, \quad J_k(\alpha \varrho) \sin k \omega \quad (k = 0, 1, 2 \dots)$$

von (9) entwickeln¹⁾:

$$(11) \quad \varphi(\varrho \omega) = \sum_0^{\infty} J_k(\alpha \varrho) (x_k \cos k \omega + y_k \sin k \omega).$$

Da Z , der schwingende Vektor (2), aus physikalischen Gründen überall endlich und stetig sein muss, so konvergiert diese Reihe (11) absolut in jedem endlichen Gebiet.²⁾ Entsprechendes gilt für eine Reihenentwicklung der Funktion $\psi(\varrho \omega)$. Also besteht für Z nach (2) die Darstellung

$$(12) \quad \left\{ \begin{array}{l} Z = \cos \nu t \cdot \sum J_k(\alpha \varrho) (x_k \cos k \omega + y_k \sin k \omega) \\ \quad + \sin \nu t \cdot \sum J_k(\alpha \varrho) (z_k \cos k \omega + v_k \sin k \omega). \end{array} \right.$$

In (verglichen mit der Wellenlänge λ) großer Entfernung von der Schneide soll nun Z fokale Wellen darstellen, deren Brennpunkt auf der Schneide liegt. Diese haben die Gestalt

1) A. Sommerfeld, Math. Ann. 47. p. 325. 1896.

2) A. Sommerfeld, l. c. (Verzweigungsstellen sind ebenfalls ausgeschlossen).

$$(13) \quad \begin{cases} \frac{a}{\sqrt{\alpha \varrho}} \cos(\alpha \varrho - \nu t), & \frac{b}{\sqrt{\alpha \varrho}} \cos(\alpha \varrho + \nu t), \\ \frac{c}{\sqrt{\alpha \varrho}} \sin(\alpha \varrho - \nu t), & \frac{d}{\sqrt{\alpha \varrho}} \sin(\alpha \varrho + \nu t), \end{cases} \quad (22)$$

bzw. sind eine Superposition dieser 4 Wellenzüge. Es muß somit $|\sqrt{\alpha \varrho} \cdot Z|$ mit über alle Grenzen wachsendem ϱ unter einer endlichen Schranke bleiben. Nun besteht für große ϱ die asymptotische Darstellung

$$(14) \quad J_k(\alpha \varrho) \sim \frac{1}{\sqrt{\alpha \varrho}} \cdot \cos\left(\alpha \varrho - \frac{k+1}{4}\pi\right). \quad (23)$$

Da die eben erwähnte Eigenschaft von Z identisch in der Zeit t besteht, so müssen wegen (12) auch

$$(15) \quad \sqrt{\alpha \varrho} \varphi \sim \sum \cos\left(\alpha \varrho - \frac{k+1}{4}\pi\right) (x_k \cos k\omega + y_k \sin k\omega) = \mathfrak{R}_1, \quad (24)$$

$$(16) \quad \sqrt{\alpha \varrho} \psi \sim \sum \cos\left(\alpha \varrho - \frac{k+1}{4}\pi\right) (z_k \cos k\omega + v_k \sin k\omega) = \mathfrak{R}_2$$

absolut konvergieren und mit beliebig wachsendem ϱ absolut genommen unter einer endlichen Schranke bleiben. Es ist ferner wegen der absoluten Konvergenz

$$(17) \quad \begin{cases} \mathfrak{R}_1 = \cos\left(\alpha \varrho - \frac{\pi}{4}\right) \sum^k (x_k' \cos k\omega + y_k' \sin k\omega) \\ \quad - \sin\left(\alpha \varrho - \frac{\pi}{4}\right) \sum^k (x_k'' \cos k\omega + y_k'' \sin k\omega), \end{cases}$$

wobei

$$(18) \quad c_k = \cos k \frac{\pi}{4}, \quad s_k = \sin k \frac{\pi}{4},$$

$$(19) \quad \begin{cases} x_k' = x_k c_k, & y_k' = y_k c_k, & x_k'' = x_k s_k, & y_k'' = y_k s_k, \\ z_k' = z_k c_k, & v_k' = v_k c_k, & z_k'' = z_k s_k, & v_k'' = v_k s_k. \end{cases}$$

$|\mathfrak{R}_1|$ muß für jedes beliebige ϱ unter einer endlichen Schranke liegen. Dies ist nach dieser Darstellung nur möglich, wenn die Reihen

$$(20) \quad l'(\omega) = \sum^k (x_k' \cos k\omega + y_k' \sin k\omega),$$

$$(21) \quad l''(\omega) = \sum^k (x_k'' \cos k\omega + y_k'' \sin k\omega)$$

ebenfalls konvergieren. Dasselbe lässt sich zeigen von den Reihen

$$(22) \quad m'(\omega) = \sum_k z'_k \cos k\omega + v'_k \sin k\omega,$$

$$(23) \quad m''(\omega) = \sum_k (z''_k \cos k\omega + v''_k \sin k\omega).$$

Nunmehr läßt sich der Ausdruck (12) für große ϱ wegen (14) umformen in

$$(24) \quad Z \sim \frac{1}{V^{\alpha \varrho}} \left\{ \begin{array}{l} \cos \nu t \cdot \cos \left(\alpha \varrho - \frac{\pi}{4} \right) l'(\omega) \\ + \sin \nu t \cdot \sin \left(\alpha \varrho - \frac{\pi}{4} \right) \cdot m''(\omega) \\ + \cos \nu t \sin \left(\alpha \varrho - \frac{\pi}{4} \right) l''(\omega) \\ + \sin \nu t \cos \left(\alpha \varrho - \frac{\pi}{4} \right) m'(\omega) \end{array} \right\}$$

oder:

$$(25) \quad Z \sim \frac{1}{V^{\alpha \varrho}} \left\{ \begin{array}{l} \cos \left(\alpha \varrho + \nu t - \frac{\pi}{4} \right) \frac{l' - m''}{2} + \cos \left(\alpha \varrho - \nu t - \frac{\pi}{2} \right) \frac{l'' + m''}{2} \\ \sin \left(\alpha \varrho + \nu t - \frac{\pi}{4} \right) \frac{l' + m'}{2} + \sin \left(\alpha \varrho - \nu t - \frac{\pi}{4} \right) \frac{l'' - m'}{2} \end{array} \right\}.$$

Dies ist eine Superposition der vier fokalen Wellen (13), in welcher Gestalt sich jeder beliebige fokale Wellenzug darstellen läßt. Die Funktionen

$$(26) \quad \frac{l' - m''}{2}, \quad \frac{l' + m''}{2}, \quad \frac{l'' + m'}{2}, \quad \frac{l'' - m'}{2}$$

geben die Intensitätsverteilung jeder einzelnen Welle an. Dieselbe darf immer als stetig und stetig differenzierbar angenommen werden. Dasselbe gilt daher auch für die Funktionen

$$(27) \quad l'(\omega), \quad l''(\omega), \quad m'(\omega), \quad m''(\omega),$$

und daraus folgt, daß ihre Fourierschen Reihen (20)(21)(22)(23) absolut und gleichmäßig konvergieren.

Bei unserer Versuchsanordnung ist die einfallende Welle in einem gewissen Gebiet bekannt. Um die nachfolgenden Formeln zu vereinfachen, soll dies Gebiet der Winkelraum zwischen Normale und Tangente der Schirmkurve im Brennpunkt sein.¹⁾ Wählt man den Radius $\omega = 0$ so, daß $\omega = \pi/2$

1) Die folgenden Resultate lassen sich jedoch auch ohne diese Beschränkung ableiten.

die Tangente und $\omega = \pi$ die Normale bedeuten, so ist das selbe gegeben durch $\pi/2 \leq \omega \leq \pi$. Wir können die einfallende Welle in der Form

$$(28) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{f(\omega)}{\sqrt{\alpha \varrho}} \cos \left(\alpha \varrho + \nu t - \frac{\pi}{4} \right) = \frac{1}{\sqrt{\alpha \varrho}} \left(\cos \nu t \cos \left[\alpha \varrho - \frac{\pi}{4} \right] f(\omega) \right. \\ \quad \left. - \sin \nu t \sin \left[\alpha \varrho - \frac{\pi}{4} \right] f'(\omega) \right) \end{array} \right.$$

annehmen. Da in $(\pi/2, \pi)$ (28) und (24) miteinander identisch übereinstimmen müssen, so ist

$$(29) \quad l'(\omega) = f(\omega), \quad l''(\omega) = 0, \quad (\pi/2, \pi).$$

$$(30) \quad m'(\omega) = 0, \quad m''(\omega) = -f(\omega).$$

Aus der Mannigfaltigkeit von Lösungen Z , welche diesen Bedingungen genügen, ist nun diejenige auszuwählen, welche auf dem Schirm verschwindet, d. h. für welche

$$(31) \quad \bar{Z} = 0.$$

Berücksichtigt man, daß die Reihen (20)–(23) gleichmäßig konvergieren, so folgt aus (29) durch Multiplikation mit $\cos i \omega$ bzw. $\sin i \omega$ und Integration über $(\pi/2, \pi)$ unter Berücksichtigung von (18), (19):

$$(32) \quad \sum_k (r_{ik}' x_k + s_{ik}' y_k) = a_i', \quad \sum_k (s_{ki} x_k + t_{ik}' y_k) = b_i', \quad (i=0, 1, 2, \dots)$$

$$(33) \quad \sum_k (r_{ik}'' x_k + s_{ik}'' y_k) = 0, \quad \sum_k (s_{ki}'' x_k + t_{ik}'' y_k) = 0,$$

ebenso aus (30):

$$(34) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sum_k (r_{ik}' z_k + s_{ik}' v_k) = 0, \quad \sum_k (s_{ki}' z_k + t_{ik}' v_k) = 0, \quad (i=0, 1, 2, \dots) \\ \sum_k (r_{ik}'' z_k + s_{ik}'' v_k) = -a_i'', \quad \sum_k (s_{ki}'' z_k + t_{ik}'' v_k) = -b_i''. \end{array} \right.$$

Dabei ist

$$(35) \quad \left\{ \begin{array}{l} r_{ik} = \int_{\pi/2}^{\pi} \cos i \omega \cos k \omega d\omega, \quad s_{ik} = \int_{\pi/2}^{\pi} \cos i \omega \sin k \omega d\omega, \\ t_{ik} = \int_{\pi/2}^{\pi} \sin i \omega \sin k \omega d\omega, \\ a_i = \int_{\pi/2}^{\pi} f(\omega) \cos i \omega d\omega, \quad b_i = \int_{\pi/2}^{\pi} f(\omega) \sin i \omega d\omega, \end{array} \right.$$

$$(36) \quad \left\{ \begin{array}{l} r_{ik}' = r_{ik} c_i c_k, \quad s_{ik}' = s_{ik} c_i c_k, \quad t_{ik}' = t_{ik} c_i c_k, \\ r_{ik}'' = r_{ik} s_i s_k, \quad s_{ik}'' = s_{ik} s_i s_k, \quad t_{ik}'' = t_{ik} s_i s_k, \\ a_i' = a_i c_i, \quad b_i' = b_i c_i, \quad a_i'' = a_i s_i, \quad b_i'' = b_i s_i. \end{array} \right.$$

Die Schirmkurve habe die Gleichung

$$(37) \quad \varrho = \varrho(\omega) \quad \left(-\frac{\pi}{2} \leq \omega \leq +\frac{\pi}{2} \right)$$

und sei stetig und differenzierbar. (31) heißt dann

$$(38) \quad Z(\varrho(\omega), \omega) = 0, \quad \left(-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2} \right).$$

Da dies identisch in der Zeit t gelten muß, so folgt aus (12):

$$(39) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sum_k J_k(\alpha \varrho(\omega)) (x_k \cos k\omega + y_k \sin k\omega) = 0, \quad \left(-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2} \right) \\ \sum_k J_k(\alpha \varrho(\omega)) (z_k \cos k\omega + v_k \sin k\omega) = 0. \end{array} \right.$$

Diese Reihen konvergieren gleichmäßig in ω .¹⁾ Durch Multiplikation mit $J_i(\alpha \varrho(\omega)) \cos i\omega$ bzw. $J_i(\alpha \varrho(\omega)) \sin i\omega$ und Integration über $(-\pi/2, +\pi/2)$ folgt daher

$$(40) \quad \sum_k (r_{ik} x_k + f_{ik} y_k) = 0, \quad \sum_k (f_{ki} x_k + t_{ik} y_k) = 0, \quad (i=0, 1, 2 \dots)$$

$$(41) \quad \sum_k (r_{ik} z_k + f_{ik} v_k) = 0, \quad \sum_k (f_{ki} z_k + t_{ik} v_k) = 0, \quad (i=0, 1, 2 \dots),$$

wobei $r_{ik} = \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} J_k[\alpha \varrho(\omega)] \cos i\omega \cos k\omega d\omega$, $f_{ik} = \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} J_k[\alpha \varrho(\omega)] \cos i\omega \sin k\omega d\omega$ usw.

Ich habe gezeigt²⁾, daß die aus (32), (38), (40) ausgewählten Gleichungen

1) Da nämlich die Fourier-Reihen (20), (21), (22), (23) stetige und stetig differenzierbare Funktionen darstellen, für welche $\int_0^{2\pi} [f'(\omega)]^2 d\omega, \dots$ existieren, so müssen auch die Quadratsummen

$$\sum_k (x_k^2 + y_k^2), \quad \sum_k (x_k^2 + v_k^2)$$

konvergieren. Unter dieser Bedingung haben aber (39) die fragliche Eigenschaft nach einem in meiner Arbeit: „Zur mathematischen Theorie der Beugung an Schirmen von beliebiger Form“, Karlsruhe, Braun (1914), p. 85 ausgesprochenen Satz 11.

2) Zur mathematischen Theorie der Beugung an Schirmen von beliebiger Form. Satz V. p. 41. Braun, Karlsruhe 1914.

stets eine und nur eine Lösung besitzen, wenn die Kurve (37) gewisse sehr allgemeine Bedingungen erfüllt.¹⁾ Dasselbe gilt von den aus (34), (41) durch Auswahl hervorgehenden Gleichungen

$$(48) \quad \begin{cases} \sum(r_{ik}'z_k + s_{ik}'v_k) = 0, \quad \sum(s_{ki}'z_k + t_{ik}'v_k) = 0, \quad (i = 4s+1) \\ \sum(r_{ik}''z_k + s_{ik}''v_k) = -a_i'', \quad \sum(s_{ki}''z_k + t_{ik}''v_k) = -b_i'', \quad (i = 4s+2) \\ \sum(r_{ik}z_k + s_{ik}v_k) = 0, \quad \sum(t_{ik}z_k + t_{ik}v_k) = 0, \quad (i = 4s+1, 4s+2) \end{cases} \quad (s = 0, 1, 2 \dots)$$

Ferner stellen die Lösungen von (42) bzw. (43) auch angenäherte Lösungen von (32), (33), (40) bzw. (34), (41) dar²⁾, und die mit diesen Koeffizienten x_k , y_k , z_k v_k nach (12) gebildete Funktion Z ist eindeutige Lösung des durch die Gleichungen (7), (31) und die einfallende Welle (28) gestellten Randwertproblems.³⁾ In (12) ist somit diejenige Funktion gefunden, welche den ganzen durch die eingangs beschriebene Versuchsanordnung hervorgerufenen optischen Vorgang beschreibt. Die fragliche Eigenschaft des gebeugten Lichtes muß sich daher durch Diskussion von Z ergeben.

Zu dem Zweck benutzen wir die Darstellung (25) für große ϱ . Dieselbe enthält zwei auf den Schirm zueilende und zwei von ihm wegeilende Wellen. Die vom Schirm wegeilenden Wellen sind, wenn

$$(44) \quad \Theta = \alpha \varrho - v t - \frac{\pi}{4}, \quad \varphi = \frac{l' + m''}{2}, \quad \psi = \frac{l'' - m'}{2}$$

gesetzt werden:

$$(45) \quad \cos \Theta \cdot \varphi + \sin \Theta \cdot \psi.$$

1) l. c. p. 29. Bed. 1. 2. Die dort ausgesprochene Bedingung, daß Form (10), p. 29 eine Resolvente besitzen müsse, ist bei den übrigen Eigenschaften von $\varrho(\omega)$ von selbst erfüllt, kann also gestrichen werden.

2) l. e. p. 41/42.

3) l. c. Satz VII. p. 44. Es sei bemerkt, daß für die Koeffizienten x_k, \dots der so gefundenen Lösung $\sum |x_k| + \dots$ konvergent ist (l. c. p. 48), wodurch die gleiche Konvergenz der Reihen (20), (21), (22), (23) rückwärts ebenfalls gewährleistet ist.

Dieser Ausdruck stellt die Gesamtheit von direktem, reflektiertem und gebeugtem Licht dar. Die Trennung der Anteile, welche dem direkten, reflektierten und gebeugten Licht an dieser Gesamtbewegung zukommen, geschieht folgendermaßen:

Sei d ein willkürlicher Parameter; dann lautet (45) nach einfacher Umformung:

$$(46) \quad \cos \Theta \cdot \varphi + \sin \Theta \cdot \psi = \cos \Theta \cdot (\varphi - \psi \operatorname{tg} d) + \sin(\Theta + d) \frac{\psi}{\cos d}.$$

(Denn es ist

$$(47) \quad \left\{ \begin{array}{l} \cos \Theta \cdot \varphi + \psi \left\{ -\cos \Theta \operatorname{tg} d + \sin(\Theta + d) \cdot \frac{1}{\cos d} \right\} \\ = \cos \Theta \cdot \varphi + \psi \{ \cos \Theta \cdot \operatorname{tg} d + \sin \Theta + \cos \Theta \cdot \operatorname{tg} d \} \\ = \cos \Theta \cdot \varphi + \sin \Theta \cdot \psi. \end{array} \right.$$

Gemäß den Anschauungen der Beugungstheorie ist nun das direkte und reflektierte Licht gleich Null außerhalb der durch die geometrische Optik bestimmten direkten und reflektierten Strahlen. Dementsprechend wird bei allen Beugungsversuchen stets außerhalb dieser Strahlenbündel beobachtet und alle so wahrnehmbare Intensität als gebeugtes Licht ge deutet.

Auf Grund dieser Tatsache können wir nun den Phasensprung, den das gebeugte Licht erleidet, berechnen. Da überall, wo gebeugtes Licht auftritt, das direkte und reflektierte verschwindet, so ist dort wegen (46):

$$(48) \quad \varphi - \psi \cdot \operatorname{tg} d = 0.$$

Also berechnet sich d aus

$$(49) \quad \operatorname{tg} d = \frac{\varphi}{\psi} \quad \text{zu} \quad d = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\varphi}{\psi}.$$

Der Phasensprung, welchen das gebeugte Licht gegen die ein fallende Welle

$$\frac{1}{\sqrt{\alpha \varrho}} \cos \left(\alpha \varrho + \nu t - \frac{\pi}{4} \right) \frac{l' - m''}{2}$$

erleidet, ist wegen (46) gegeben durch $\pi/2 + d$. Bezeichnet d , den Phasensprung im Falle senkrechter Polarisation, so gilt für alle gebeugten Strahlen

$$(50) \quad d_s = \frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg} \frac{\varphi(\omega)}{\psi(\omega)}.$$

Denken wir uns nun ebenso wie bisher im Fall senkrechter Polarisation auch bei paralleler Polarisation das allgemeinste Beugungsproblem gelöst. Die Intensitätsverteilung des einfallenden Lichtes sei $f_1(\omega)$, die Auflösung der zum Randwertproblem gehörigen unendlich vielen linearen Gleichungen X_k, Y_k, Z_k, V_k . Die vom Schirm weigelenden Wellen sind dann gegeben durch

$$(51) \quad \cos \Theta \cdot \varphi_1 + \sin \Theta \cdot \psi_1,$$

wo

$$(52) \quad \varphi_1 = \sum_k [(X'_k + Z''_k) \cos k\omega + (Y'_k + V''_k) \sin k\omega],$$

$$(53) \quad \psi_1 = \sum_k [(X''_k - Z'_k) \cos k\omega + (Y''_k - V'_k) \sin k\omega].$$

Man erhält dann für den Phasensprung der parallel polarisierten Komponente

$$(54) \quad d_p = \frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg} \frac{\varphi_1(\omega)}{\psi_1(\omega)}.$$

Aus (50) und (54) leitet sich die Phasendifferenz zwischen den beiden Komponenten des gebeugten Lichtes ab

$$(55) \quad A = d_s - d_p = \operatorname{arctg} \frac{\varphi(\omega)}{\psi(\omega)} - \operatorname{arctg} \frac{\varphi_1(\omega)}{\psi_1(\omega)}.$$

Wir haben bis jetzt ganz allgemein die Möglichkeit einer Phasendifferenz zwischen den beiden Komponenten des gebeugten Lichtes bewiesen aber über ihr tatsächliches Auftreten deshalb noch nichts ausgemacht, weil es immer noch möglich ist, daß der Ausdruck (55) identisch verschwindet. In diesem Falle müßte

$$(56) \quad \frac{\varphi(\omega)}{\psi(\omega)} = \frac{\varphi_1(\omega)}{\psi_1(\omega)}$$

oder

$$(57) \quad \varphi(\omega) \psi_1(\omega) = \psi(\omega) \varphi_1(\omega)$$

sein. Wegen (44), (52), (53) und der Reihendarstellungen (20), (21), (22), (23) heißt dies:

$$(58) \quad \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \sum^k (x_k' + z_k'') \cos k\omega + y_k' + v_k'' \right\} \sin k\omega \\ \left\{ \sum^k (X_k'' - Z_k') \cos k\omega + (Y_k'' - V_k') \sin k\omega \right\} \\ = \left\{ \sum^k (x_k'' - z_k') \cos k\omega + (y_k'' - v_k') \sin k\omega \right\} \\ \left\{ \sum^k (X_k' + Z_k'') \cos k\omega + (Y_k' + V_k'') \sin k\omega \right\} \end{array} \right.$$

Da die Reihen (20), (21), (22), (23) gleichmäßig konvergent sind, so kann man über das Intervall $(\pi/2, 2\pi)$, in welchem diese Gleichung bestehen muß, integrieren. Ordnet man nach den Konstanten x_k, y_k, z_k, v_k , so entsteht hieraus

$$(59) \quad \sum R_k x_k + S_k y_k + T_k z_k + U_k v_k = 0.$$

Dabei ist z. B.

$$(60) \quad \left\{ \begin{array}{l} R_k = c_k \sum \left[(X_i s_i - Z_i c_i) \cdot \int\limits_{\pi}^{2\pi} \cos k\omega \cos l\omega d\omega \right. \\ \left. + (Y_i s_i - V_i c_i) \int\limits_{\pi}^{2\pi} \cos k\omega \sin l\omega d\omega \right] \\ - s_k \sum \left[(X_i c_i + Z_i s_i) \cdot \int\limits_{\pi}^{2\pi} \cos k\omega \cos l\omega d\omega \right. \\ \left. + (Y_i c_i + V_i s_i) \int\limits_{\pi}^{2\pi} \cos k\omega \sin l\omega d\omega \right]. \end{array} \right.$$

Nun besitzt die Matrix der Gleichungen (42), (43) eine eindeutige Resolvente. Unsere Gleichung (59) kann daher nur bestehen, wenn sie eine identische Folge jener Gleichungen (42), (43) ist. Für die rechten Seiten derselben gilt daher

$$(61) \quad \sum^i (C_i a_i' + D_i b_i' + E_i a_i'' + F_i b_i'') = 0,$$

d. h.

$$(62) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=\frac{4s+1}{4s+2}}^i \left[(C_i c_i + E_i s_i) \cdot \int\limits_{\pi}^{2\pi} f(\omega) \cos i\omega d\omega \right. \\ \left. + (D_i c_i + F_i s_i) \int\limits_{\pi}^{2\pi} f(\omega) \sin i\omega d\omega \right] = 0. \end{array} \right.$$

Dies muß für jede beliebige stetige und stetig differenzierbare Funktion $f(\omega)$ gelten, also auch, wenn nacheinander die Funktionen $\cos k\omega$, $\sin k\omega$ eingesetzt werden. Setzt man

$$(63) \quad \int_{-\pi}^{2\pi} \cos k\omega \cos i\omega \, d\omega = \bar{r}_{ki} \dots,$$

so folgt also aus (62)

$$(64) \quad \begin{cases} \sum_{\substack{i=1 \\ 4s+1 \\ 4s+2}}^i \left[\bar{r}_{ki} (C_i c_i + E_i s_i) + \bar{s}_{ki} (D_i c_i + F_i s_i) \right] = 0, \\ \sum_{\substack{i=1 \\ 4s+1 \\ 4s+2}}^i \bar{s}_{ik} (C_i c_i + E_i s_i) + \bar{t}_{ki} (D_i c_i + F_i s_i) = 0. \end{cases} \quad k = \begin{cases} 4s+1 \\ 4s+2 \end{cases}$$

Nun sind die Funktionen

$$(65) \quad \cos k\omega, \sin k\omega \quad [k = 4s+1, 4s+2 \quad (s = 0, 1, 2 \dots)]$$

im Intervall $(\pi, 2\pi)$ linear unabhängig.¹⁾ Die zu den Gleichungen (64) gehörige Matrix besitzt daher eine eindeutige Resolvente²⁾, und daraus folgt, daß die Gleichungen (64) keine von 0 verschiedene Lösung $(C_i c_i + E_i s_i)$, $(D_i c_i + F_i s_i)$ haben können. Es ist also (64) und damit (59) und schließlich (56) unmöglich.

Es ist damit gezeigt, daß die Phasendifferenz Δ (55) nicht bei allen Intensitätsverteilungen des einfallenden Lichtes verschwinden kann, daß also das gebeugte Licht i. a. wirklich elliptisch polarisiert sein muß.

Die Parameter der vom schwingenden Vektor des gebeugten Lichtes beschriebenen Ellipse lassen sich nunmehr aus der Phasendifferenz Δ und den Amplituden $\psi/\sin d_p$, $\psi_1/\sin d_p$ seiner beiden Komponenten berechnen.

1) R. Schachenmeier, Zur math. Theorie der Beugung usw., p. 46/47 und p. 81. Satz 10.

2) Eine Methode, wie diese Resolvente zu konstruieren ist, findet sich in der eben zitierten Arbeit § 2.

(Eingegangen 10. August 1914.)

